



ASIGNATURA: “TRANSFORMADORES”

1. Circuitos magnéticos

- 1.1. Conversión de la energía electromecánica
- 1.2. Leyes de electromagnetismo
- 1.3. Materiales magnéticos y sus propiedades
- 1.4. Circuitos magnéticos

2. Transformadores eléctricos

- 2.1. Funcionamiento del transformador
- 2.2. Partes del transformador
- 2.3. Diferentes tipos de transformador
- 2.4. Transformador ideal
- 2.5. Normas y especificaciones aplicables en el cuidado del medio ambiente.

3. Operación con carga y circuitos equivalentes del transformador

- 3.1. Transformador real
- 3.2. Diagrama fasorial
- 3.3. Circuito equivalente de un transformador
- 3.4. Interpretar los datos de placa del transformador
- 3.5. Pruebas básicas a transformadores
 - Relación de transformación
 - Polaridad
 - Resistencia de devanados
 - Resistencia de aislamiento
 - Rigidez dieléctrica del aceite
 - Pruebas especiales
- 3.6. Determinación de los parámetros del transformador empleando las pruebas de corto circuito y circuito abierto.
- 3.7. Cálculo de regulación de tensión
- 3.8. Determinación de las pérdidas y cálculo de eficiencia

4. Conexiones del transformador

- 4.1. Conexiones trifásicas
- 4.2. Conexiones delta abierta
- 4.3. Paralelo de transformadores
- 4.4. Autotransformador
- 4.5. Transformador de corriente
- 4.6. Transformador de potencial



UNIDAD I CIRCUITOS MAGNETICOS

1.1 Leyes de electromagnetismo.

Flujo y enlaces de flujo.

Arrancaremos de conceptos totalmente familiares y gradualmente nos iremos introduciendo en aspectos verdaderamente desconocidos.

Recordemos la cantidad magnética cuya razón de cambio es la responsable de un voltaje inducido, tal cantidad es conocida por el nombre de “Flujo Magnético” e identificada por la letra griega “ ϕ ” (fi). Este flujo puede ser definido en términos del vector campo magnético, llamado “inducción magnética” o más comúnmente “densidad de flujo magnético” que se identifica con la letra “ B ” y así tenemos:

$$\phi = \int_s \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} \quad 1.1$$

Si escogemos una superficie S_p normal al vector densidad de flujo (esto es $d\mathbf{s}$ y \mathbf{B} paralelos).

$$\phi = \int_{S_p} B ds \quad 1.2$$

Frecuentemente ocurre que la distribución de flujo es uniforme, es decir, la densidad de flujo tiene la misma dirección y magnitud en todos los puntos de una región determinada en el espacio por lo que:

$$\phi = BS_p \quad 1.3$$

Recordemos que el voltaje inducido, debido a la variación del flujo magnético está dado por la ley de Faraday:

$$e = \frac{d\phi}{dt} \quad 1.4$$

Consideremos un conductor enlazando un flujo magnético, si esta flujo está variando, entonces se inducirá un voltaje en el conductor y si el conductor es cerrado, circulará por él una corriente. Tal voltaje estará dado por la ecuación (1.4). Supongamos que nuestro conductor es una bobina de N vueltas, entonces, sobre cada una de ellas se inducirá un voltaje dado por la ecuación (1.4) y el voltaje en la bobina, será la suma de los voltajes en cada vuelta.



$$e = N \frac{d\phi}{dt} \quad 1.5$$

Considerando que cada una de las N vueltas está enlazando el mismo flujo ϕ .

La ecuación 1.5 puede simplificarse si hacemos que:

$$\lambda = N\phi \quad 1.6$$

A λ (lamda) se le da el nombre de “encadenamientos de flujo” o “Enlaces de flujo” o “Flujo Ligado”, independientemente del nombre, se tiene que:

$$e = \frac{d\lambda}{dt} \quad 1.7$$

Dado que N es una constante, una pregunta interesante es la siguiente: ¿Cómo puede lograrse que el flujo magnético enlazado por la bobina sea variable?

Partamos del hecho, de que todo conductor por el que circula corriente crea a su alrededor un campo magnético, si está corriente es constante creará un campo magnético constante; si por el contrario, es variable dará origen a un campo magnético variable. Este último campo podrá inducir un voltaje en nuestra bobina y a este voltaje se le llama “VOLTAJE TRANSFORMADOR”.

Otra forma de tener un flujo variable es la siguiente:

Si el flujo es creado por un imán permanente o por una corriente constante, puede acercarse o retirarse el imán o el conductor de corriente constante de la bobina y así el flujo ligado por esta, estará variando y por lo tanto se inducirá en ella un voltaje, que en este caso es llamado “VOLTAJE MOTOR”.

Ley de Ampere

Todo conductor por el que circula corriente, crea a su alrededor un campo magnético, la relación entre la corriente y dicho campo, está dada por la ley de Ampere.

$$\oint \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = \sum i \quad 1.8$$

Donde H es el vector intensidad de campo magnético, $d\mathbf{l}$ es un vector recorrido a lo largo de la trayectoria cerrada escogida. El lado derecho de la ecuación, es la suma algebraica de todas las corrientes cuyas trayectorias ligan la trayectoria lineal escogida.



La ecuación anterior se simplifica, si la trayectoria de integración se escoge en la dirección de la intensidad del campo en todos los puntos; en otras palabras, la trayectoria de integración coincide con una línea de inducción. En este caso:

$$\oint H dl = \sum i \quad 1.9$$

Si, la intensidad de campo es uniforme a lo largo de toda la trayectoria:

$$Hl = \sum i \quad 1.10$$

Un ejemplo simple, es el de un conductor recto por el que circula una corriente i , escogiendo como trayectoria de integración un círculo alrededor conductor de radio r :

$$H(2\pi r) = i \quad \text{o} \quad H = \frac{i}{2\pi r} \quad 1.11$$

En la mayoría de los casos el campo se obtiene por medio de bobinas de N vueltas, por lo que el segundo miembro de las ecuaciones (1.8) y (1.10) es el producto de la corriente por el número de vueltas y a este producto se le da el nombre de fuerza magnetomotriz.

$$\mathcal{F} = \text{f. m. m.} = Ni = Hl \quad 1.12$$

Y sus unidades son $A - T$ (*ampere - vuelta*).

1.2 Materiales magnéticos y sus propiedades.

Recordemos que la densidad de flujo magnético (inducción magnética), es proporcional a la intensidad de campo magnético.

$$\mathbf{B} = \mu \mathbf{H} \quad 1.13$$

Donde μ , es una cantidad escalar, normalmente constante que depende del material y es llamado permeabilidad, en el espacio libre:

$$\text{De la ec. (1.12),} \quad \mu = \mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \quad \frac{Wb}{A-T.m}$$

$$\text{De la (1.13) y de la (1.3)} \quad \mathcal{F} = Hl = \frac{B}{\mu} l = \phi \frac{l}{\mu_s} \quad 1.14$$

En la analogía, entre un circuito magnético y un circuito eléctrico la f.m.m es la contraparte del voltaje o f.e.m y la ec. (1.14) es la contraparte de la ley de Ohm, donde ϕ es la contraparte de i y $\frac{l}{\mu_s}$ es el análogo de la resistencia y es llamada reluctancia

$$\mathcal{R} = \mathcal{F} \frac{1}{\phi} \quad 1.15$$



Y en el caso de un núcleo con área de sección transversal uniforme:

$$\mathcal{R} = \frac{l}{\mu S} \quad 1.16$$

Así como el recíproco de la resistencia es la conductancia, el recíproco de la reluctancia es la permeancia (\mathcal{P}).

$$\mathcal{P} = \frac{1}{\mathcal{R}} = \frac{\mu S}{l} = \frac{\phi}{F} \quad 1.17$$

INDUCTANCIA PROPIA E INDUCTANCIA MUTUA

Si excluimos de nuestro análisis los imanes permanentes, todos los campos magnéticos serán producidos por corrientes eléctricas y su intensidad dependerá del valor de la corriente que los produzca. La relación entre la corriente y el flujo, en el análisis de circuitos lineales se asume que es una proporcionalidad, y así tenemos que:

$$\lambda = Li \quad 1.18$$

Sustituyendo este valor de λ en la ecuación (1.7) se tiene:

$$e = L \frac{di}{dt} \quad 1.19$$

La constante de proporcionalidad “ L ” es llamada inductancia propia o simplemente inductancia:

$$L = \frac{\lambda}{i} = N \frac{\phi}{I} \quad 1.20$$

En la mayoría de los casos se tienen varias ramas de corriente, entonces la corriente en la rama “ k ” contribuye al flujo ligado de la rama “ l ”:

$$\lambda_{kl} = \mu_{kl} i_k \quad 1.21$$

Ahora, si la corriente i_k varía, el voltaje inducido en la rama “ l ” será:

$$e_{kl} = \frac{d\lambda_{kl}}{dt} = \mu_{kl} \frac{di_k}{dt} \quad 1.22$$

$$M_{kl} = \frac{\lambda_{kl}}{i_k} \quad 1.23$$

Y (1.23) es llamada inductancia mutua entre las ramas k y l .



ENERGÍA EN UN CAMPO MAGNÉTICO

Recordemos que la potencia en cualquier dispositivo eléctrico está dada por $P = e \cdot i$ y que se define como la tasa con que se suministra o se consume energía, por lo tanto:

$$W = \int_0^t p dt = \int_0^t ei dt \quad 1.24$$

Sustituyendo la ec. (1.19) en la ec. (1.24) tenemos que:

$$W = \int_0^t L \frac{di}{dt} i dt$$

Haciendo un cambio en la variable de integración:

$$W = \int_0^i Li di \quad 1.25$$

En los casos lineales en donde L es constante:

$$W = \frac{1}{2} Li^2 \quad 1.26$$

La ec. (1.26) es la ecuación de la energía en función de cantidades eléctricas.

Sustituyendo la ec. (1.5) en la ec. (1.24) se tiene:

$$W = \int_0^t N \frac{d\phi}{dt} i dt$$

Cambiando la variable de integración:

$$W = \int_0^\phi N i d\phi = \int_0^\phi d\phi \mathcal{F} \quad 1.27$$

Sustituyendo en esta ecuación la ecuación (1.15) se tiene:

$$W = \int_0^\phi d\phi \mathcal{R} \phi = \frac{1}{2} \mathcal{R} \phi^2 \quad 1.28$$

En la ecuación (1.27) podemos sustituir \mathcal{F} por Hl y ϕ por SB y estaremos haciendo el cambio de variable de integración:

$$W = \int_0^B H l s dB = sl \int_0^B H dB \quad 1.29$$

Notemos que ls es el volumen del núcleo, por lo que podemos obtener una expresión para la energía por unidad de volumen (densidad de energía):



$$\frac{W}{v} = \int_0^B H dB = \int_0^B \frac{B}{\mu} dB = \frac{1}{\mu} \int_0^B B dB = \frac{1}{2} \frac{B^2}{\mu} \quad 1.30$$

Notemos que ambas expresiones de la energía (1.28), y la de la densidad de energía (1.30), están en función de cantidades magnéticas.

2. Excitación con corriente directa.

Al alimentar la bobina de excitación con corriente directa, se generarán campos magnéticos invariantes en el tiempo, excepto durante el periodo de conexión y desconexión de la excitación.

Como puede observarse de la ec. (1.14) $\phi = \mathcal{F} \frac{\mu S}{l} = \frac{Ni\mu S}{l}$, cuando se tiene como núcleo de la bobina de excitación el vacío $\phi = \frac{Ni\mu_0 S}{l} = \frac{4\pi \times 10^{-7} S Ni}{l}$, por lo que para obtener una cantidad sustancialmente grande de flujo (útil para fines prácticos) deberá tenerse un núcleo con un área de sección transversal suficientemente grande y longitud suficientemente pequeña y una bobina de muchas vueltas, afortunadamente existen materiales con permeabilidad mucho más altas que la del vacío, tales materiales son los llamados "FERROMAGNETICOS". Estos materiales son extensamente usados en la construcción de máquinas eléctricas, a continuación haremos un estudio de dichos materiales. En materiales ferromagnéticos, la permeabilidad μ no es constante y varía con la intensidad de campo H , una curva típica de μ vs H , se muestra en la figura 1.1, en la figura 1.2 se muestra una curva típica de B vs H , en un material ferromagnético.

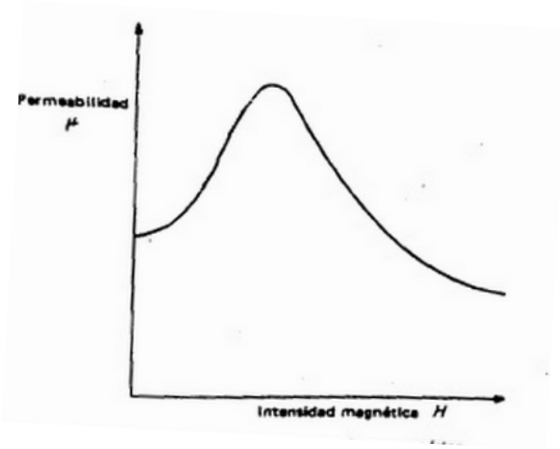


Fig.1.1

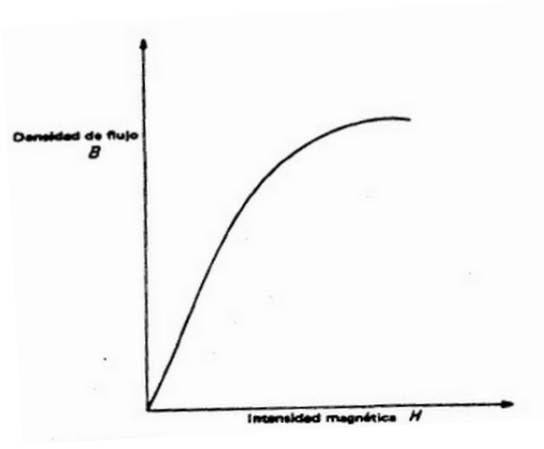


Fig. 1.2

Saturación.

En la figura 1.2 se puede observar, que B varía linealmente con H para valores pequeños de H , sin embargo a medida que H se incrementa, el incremento de B disminuye gradualmente, a tal grado que aunque H crezca rápidamente, B permanece prácticamente constante. Esta característica es conocida como “SATURACIÓN”.

Histéresis y retentividad.

Consideremos que el toroide mostrado en la figura 1.3, se excita por primera vez y la corriente se hace variar desde cero, hasta un valor máximo, desde este valor máximo hasta cero, y posteriormente se invierte el sentido de la corriente y se incrementa hasta un valor máximo (negativo) y nuevamente se hace llegar a cero, el ciclo puede repetirse varias veces. Esto trae como resultado, como puede notarse de la ley de Ampere que H crece desde cero hasta un valor máximo, pero al disminuir H hasta cero, B no disminuye hasta cero, el valor “ od ” de “ B ” es llamado densidad de flujo residual y este fenómeno se conoce como retentividad del material, en general la característica B vs H , para un ciclo de excitación como el descrito anteriormente, está representando en la figura 1.4.

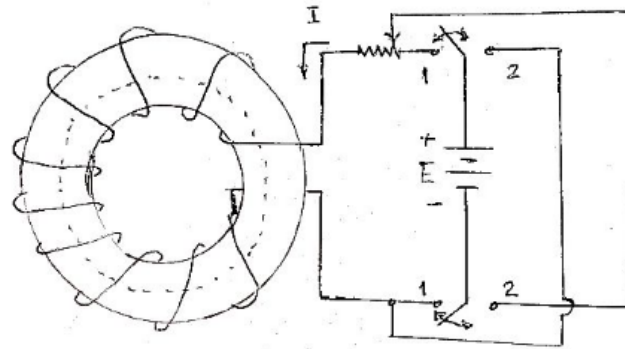


Fig.1.3

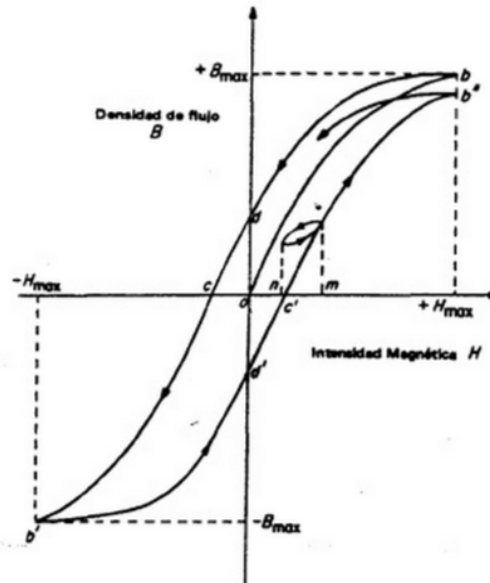


Fig.1.4

El punto “ b ” difiere de b por una pequeña diferencia por lo que la curva no se cierra en el 1er ciclo.

Si el material se somete a varios ciclos repetidos de magnetización la curva B vs H formará finalmente una trayectoria cerrada que se conoce con el nombre de “ciclo o lazo de histéresis”. La amplitud de B depende de la amplitud de H y la forma del lazo depende del material ferromagnético utilizado.

Se puede obtener una familia de lazos de histéresis, realizando pruebas a diferentes valores de H_{MAX} , como se muestra en la figura 1.5, al unir las puntas extremas de esta familia de lazos de histéresis, se obtiene una curva conocida como “CURVA DE MAGNETIZACIÓN NORMAL” propia de cada material. Dado que μ en los materiales ferromagnéticos, es en general variable, la solución de problemas se basa en este tipo de curvas.

En la página 33 del libro de Gourishankar, en la página 20 del Hunt y en la página 12 del Fitzgerald, se muestran curvas de este tipo para diferentes materiales.

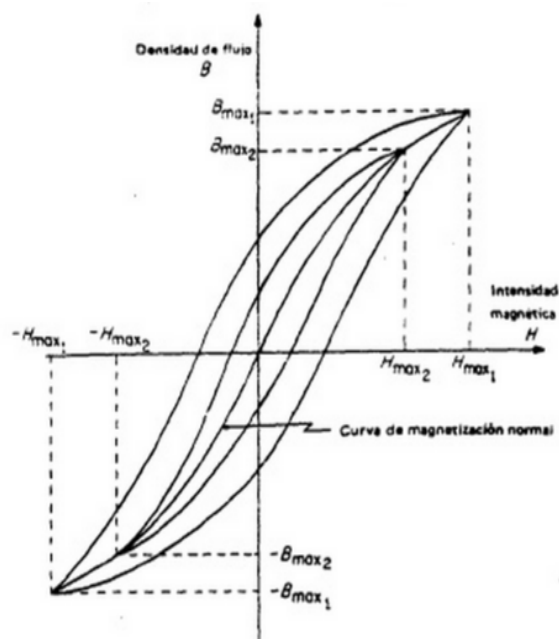


Fig. 1.5

1.3 Circuitos magnéticos

Circuito magnético serie.

Cuando un núcleo no tiene un área de sección transversal uniforme, se debe considerar cada parte con un área de sección transversal, A_1, A_2, \dots, A_n . Aplicando la ecuación 1.3, se puede obtener el valor de B para cada parte. A cada valor de B , corresponde un valor de H , en la curva de magnetización correspondiente. Pero después aplicando la ecuación 1.12, regresando a la ley de Ampere ecuación 1.9 y aproximando la integral por una suma:

$$\mathcal{F} = \sum_k H_K l_k \quad 1.31$$

Esta ecuación es la contraparte de la ley de voltajes de Kirchhoff y puede ser expresada haciendo la siguiente serie de sustituciones:

$$\mathcal{F} = \sum_k H_k l_k = \sum_k \frac{B_k}{\mu_k} l_k = \sum_k \frac{\phi_k}{\mu_k S_k} l_k = \sum_k R_k \phi_k \quad 1.32$$

La figura 1.6, muestra un circuito magnético típico que consiste de cuatro partes. Dado que el flujo es el mismo en cada parte, este núcleo es considerado como un “CIRCUITO MAGNÉTICO SERIE” y su ecuación se escribe:

$$\mathcal{F} = \phi \sum_k R_k = \phi \mathcal{R} \quad 1.33$$

Donde la reluctancia total aparece, lógicamente como la suma de las reluctancias de cada una de las partes.

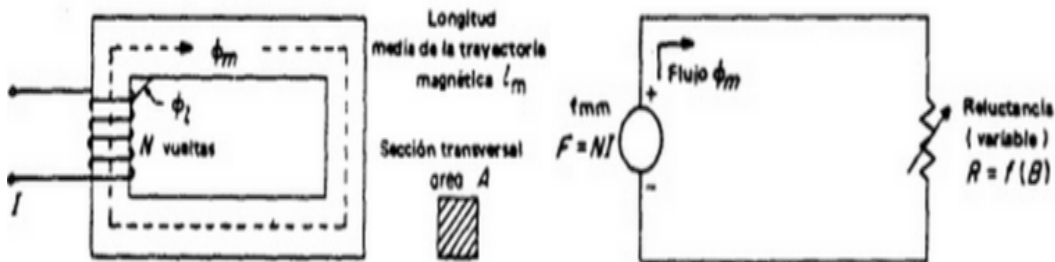


Figura 1.6

Figura 1.7

En la figura 1.7 se muestra el circuito eléctrico análogo al circuito magnético representado en la figura 1.6.

Ejemplo. 1.1 (Problema 3.4 Stein/Hunt):

El núcleo de la figura 1.8 está hecho de acero fundido, las dimensiones están dadas en cm. El espesor del núcleo es de 8 cm. La bobina tiene 300 vueltas. Determine la corriente que producirá un flujo de 0.0064 Wb.

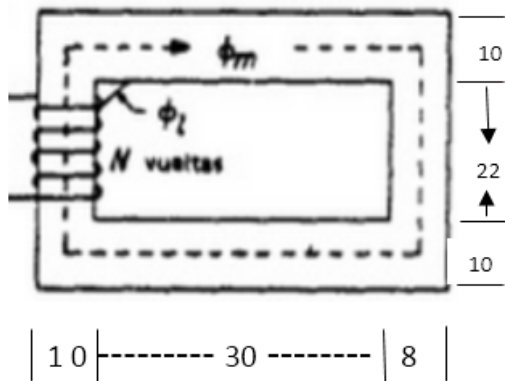


Figura 1.8

Parte	$\Phi(\text{wb})$	$A (\text{m}^2)$	$B(\text{wb}/\text{m}^2)$	$H (\text{At}/\text{m})$	$l (\text{m})$	$Hl (\text{At})$
1	0.0064	0.008	.8	600	1.1	660
2	0.0064	0.0064	1	900	0.32	288

$\Sigma = 948$.

De la gráfica:

$$B_1 = \frac{\phi_1}{A_1} = \frac{0.0064}{0.008} = 0.8; \quad B_2 = \frac{0.0064}{0.0064} = 1$$

$$\Sigma Hl = \mathcal{F} = 948 = NI \quad \Rightarrow \quad I = \frac{948}{300} = 3.14 \text{ A}$$

Circuito magnético en paralelo. (Problema 3.5 Stein/Hunt).

Ejemplo 1.2 Las tres partes del circuito magnético de la figura 1.9, están hechas de acero fundido y tienen las dimensiones efectivas mostradas en la tabla siguiente:

Parte	$A (\text{m}^2)$	$l (\text{m})$	$H (\frac{\text{At}}{\text{m}})$	$B (\frac{\text{wb}}{\text{m}^2})$	$\Phi (\text{wb})$	$Hl (\text{At})$
1 izq.	0.0090	.56	1050	1.039	.009352	588
2 centro	.0032	.26	2/57	1.36	.004352	560.82
3 derecha	.0045	.51	1100	1.11	.005	561

La bobina tiene 300 vueltas. Determine el valor de la corriente, que hará que fluya por la pierna 3, 0.005 Wb .

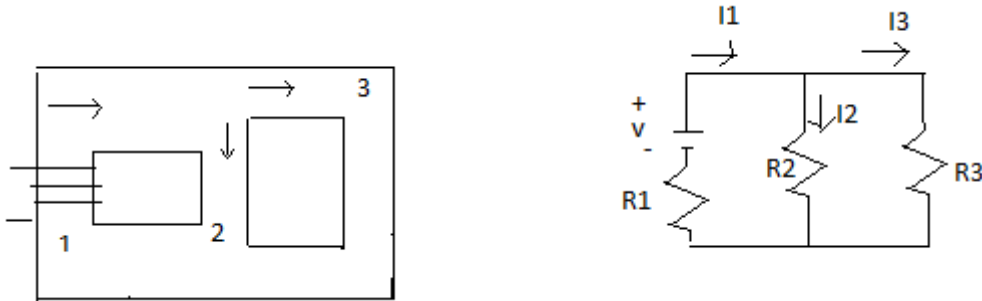


Figura 1.9

$$NI = H_1 l_1 + H_2 l_2$$

$$I = \frac{H_1 l_1 + H_2 l_2}{N}$$

$$I = \frac{588 + 500.82}{300}$$

$$I = 3.83 \text{ A}$$

$$B_3 = \frac{0.005}{0.0045} = 1.11$$

$$H_2 l_2 = H_3 l_3 \quad H_2 = \frac{H_3 l_3}{l_2} = \frac{561}{.26} = 2/57$$

$$\phi_2 = (1.36)(.0032) = 0.004352$$

$$\phi_1 = \phi_2 + \phi_3 = .005 + .004352 = .009352;$$

$$B_1 = \frac{0.009352}{.009} = 1.039$$

Circuito Magnético con entrehierro.

En la mayoría de los dispositivos electromagnéticos existen entrehierros, ya sea inherentes al circuito o intencionalmente introducidos (espacio pequeño de aire o vacío, entre dos partes ferromagnéticas). En el entrehierro ocurre un fenómeno que se conoce como efecto marginal, este efecto hace que la densidad de flujo no sea constante en el entrehierro, la fig. (1.10) muestra las líneas de inducción en un entrehierro.

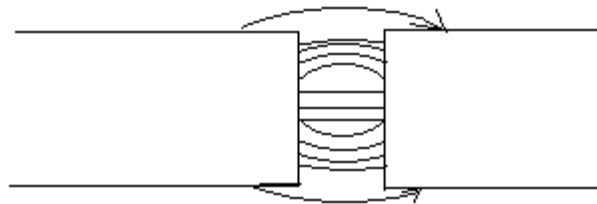


Figura 1.10

Por la forma de las líneas, algunas veces a este efecto, se le llama también fenómeno de abombamiento.

Resulta obvio que el área efectiva en el entrehierro es diferente al área de las caras paralelas a él, sin embargo, cuando la longitud del entrehierro es pequeña, comparada con las dimensiones del núcleo del material ferromagnético, las siguientes aproximaciones (en forma empírica) pueden hacerse:

Caso 1. Los lados opuestos del entrehierro son paralelos y tienen las mismas dimensiones en su sección transversal (fig. 1.11)

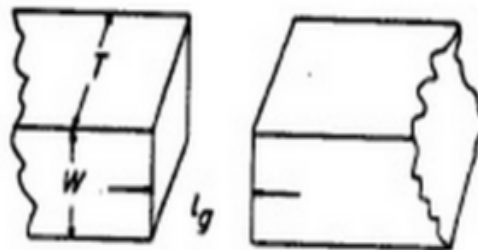


Fig. 1.11

$$(\text{Área efectiva}) = A_g = (W + l_g)(T + l_g) \quad 1.34$$



Caso 2. Los lados opuestos del entrehierro son paralelos, pero tienen en su sección transversal diferentes dimensiones, entonces:

$$A_g = (W + 2l_g)(T + 2l_g) \quad 1.35$$

Donde W y T son las dimensiones de la sección transversal de la cara más pequeña.

En secciones transversales circulares, en el 1er caso, el diámetro se incrementa por la longitud del entrehierro y en el segundo, el diámetro de la cara más pequeña es incrementada por el doble de la longitud del entrehierro.

Así tendremos que la reluctancia del entrehierro será:

$$\mathcal{R}_g = \frac{l_g}{\mu_o A_g} \quad 1.36$$

Donde A_g , es el área efectiva del entrehierro.

Ej. 1.3 Regresemos al núcleo de la figura (1.8), pero ahora hagámosle un corte, de manera que quede un entrehierro de 0.1 cm de longitud, en la parte derecha. Determine la corriente necesaria para producir un flujo de .0064 *Weber*. Primero desprecie el efecto de abombamiento, y después considérela.

Sin considerar el efecto de abombamiento:

Parte	ϕ	A	B	H	L	HI
1	0.0064	0:008	0.8	600	1.1	660
2	0.0064	0.0064	1	900	0.31	279
entrehierro	0.0064	0.0064	1	795 775	0.01	7958

$\Sigma =$

8 897.

$$H_g = \frac{B_g}{\mu_o} = \frac{1}{4\pi \times 10^{-7}} = 795\,775$$

$$l = \frac{8897}{300} \quad l = 29.66 \text{ A}$$

Considerando el efecto de abombamiento:

$$A_g = (0.08 + 0.01)(0.08 + 0.01)$$

$$A_g = 8.1 \times 10^{-3}$$

$$B_g = \frac{0.0064}{8.1 \times 10^{-3}} = .79 \text{ wb/m}^2$$

$$H_g = \frac{0.79}{4\pi \times 10^{-7}} = 628\,76; H_g l_g = 6287.6 \text{ At}$$

$$\sum Hl = 7226.6 \quad I = \frac{7226.6}{300} = 24.1 \text{ A}$$

Ej. ¿Qué flujo tendremos a partir de una f.m.m dada?

3. Excitación con corriente alterna.

Hemos considerado hasta ahora estructuras magnéticas (lineales y no lineales) conteniendo campos que no varían con el tiempo, en donde nos interesa saber que flujo magnético tendremos, a partir de una f.m.m dada, o que corriente necesitaremos para obtener un flujo determinado. En campos que varían con el tiempo existen otros factores interesantes, como por ejemplo si la estructura está hecha de un material ferromagnético, es necesario conocer la pérdida de energía en el núcleo debido al campo magnético y las formas de onda del flujo y de la corriente de excitación.

Los campos magnéticos variables en el tiempo que analizaremos serán periódicos, y de una frecuencia suficientemente baja para no considerar la radiación de energía. Forma de onda de la corriente de excitación y del flujo, en un núcleo magnético, excitado con una fuente de voltaje senoidal (fig. 1.12).

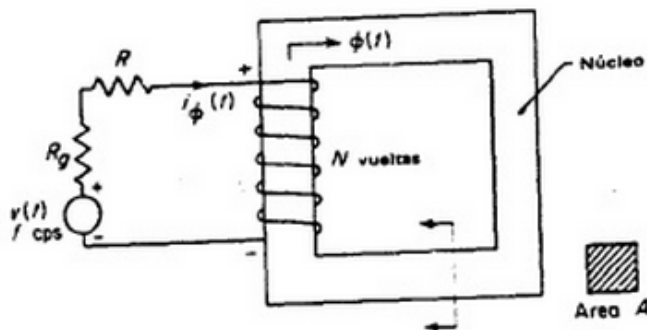


Fig. 1.12

Aplicando la ley de voltajes de Kirchhoff al circuito eléctrico de la figura 1.12 se tiene:

$$v(t) = i(t)R + e(t) \quad 1.37$$

Recordando la ley de Faraday:

$$v(t) = i(t)R + N \frac{d\phi}{dt} \quad 1.38$$



Suponiendo que la caída de voltaje en la resistencia es despreciable comparada con el voltaje inducido “e”, la ec. 1.38 nos queda:

$$v(t) = N \frac{d\phi}{dt} \quad 1.39$$

Sea $v(t) = V_{\max} \text{Sen } \omega t$ y $e(t) = E_{\max} \text{Sen } \omega t$, entonces $V_{\max} = E_{\max}$, y de la ec. 1.39:

$$d\phi = \frac{1}{N} v(t) dt \quad \phi(t) = -\frac{V_{\text{MAX}}}{N\omega} \cos \omega t = -\phi_{\text{MAX}} \cos \omega t \quad 1.40$$

Dónde $\phi_{\text{MAX}} = \frac{v_{\text{MAX}}}{N\omega}$ pero $\omega = 2\pi f$

Por lo tanto $\phi_{\text{MAX}} = \frac{v_{\text{MAX}}}{N2\pi f} \quad 1.41$

Entonces podemos concluir, si el voltaje de excitación es senoidal, el flujo será cosenoidal, como se muestra en la figura 1.13.

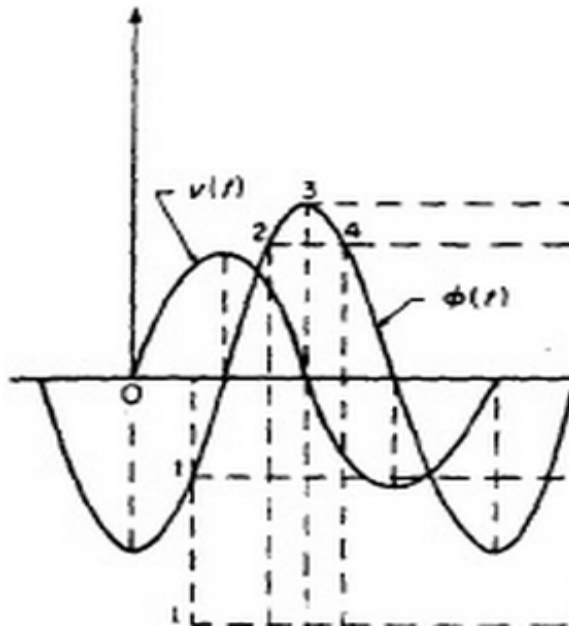


Fig. 1.13

El valor instantáneo del flujo, correspondiente al valor instantáneo de \mathcal{F} no se puede obtener de la curva normal de magnetización, (como en los núcleos donde el flujo no variaba con el tiempo). El excitar con C.A sinusoidal es algo similar al procedimiento realizado, ilustrado por la figura (1.3), por lo que debe esperarse que la gráfica de flujo contra $i(t)$, sea el ya conocido lazo de histéresis. Este se obtiene de la onda B vs H del

material del núcleo, al multiplicar la ordenada por el área de la sección transversal “s” y la abscisa por $\frac{l}{N}$ donde l es la longitud media de la trayectoria magnética en el núcleo y N el número de vueltas de la bobina de excitación, de donde puede ahora obtenerse gráficamente la forma de onda de la corriente de excitación, como se muestra en la figura (1.14).

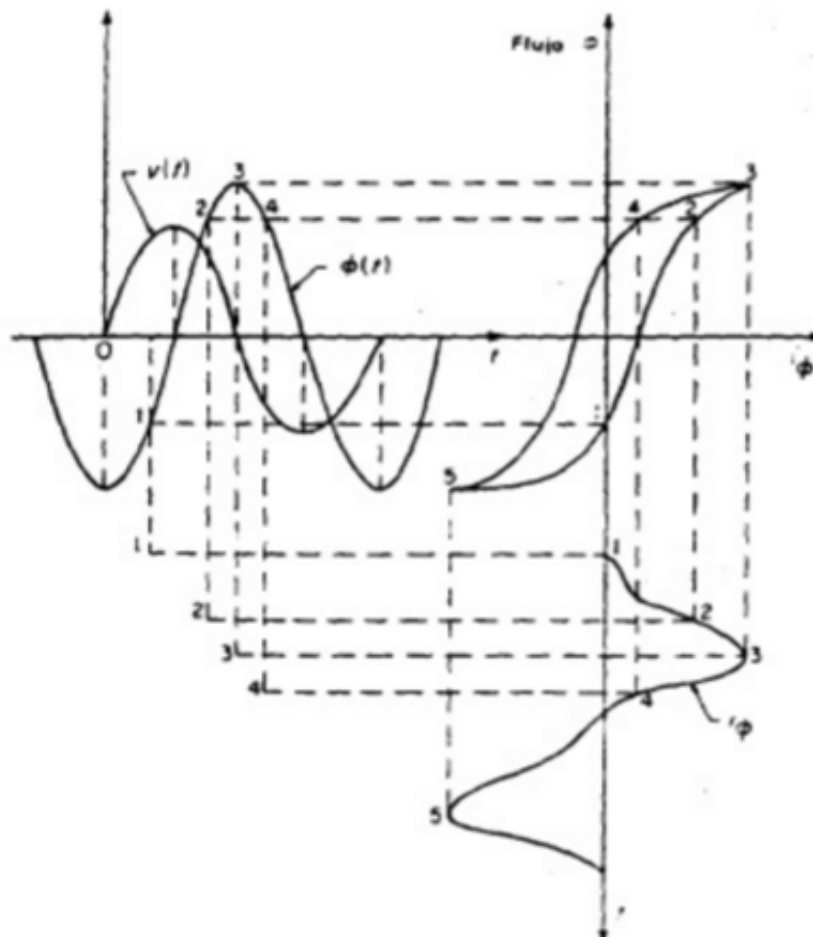


Figura 1.14

Como puede notarse en la figura (1.14), el lazo de histéresis es no lineal y tiene dos valores de la corriente para un mismo valor de ϕ , la forma de onda de la corriente de excitación no es senoidal, aun cuando el flujo lo es.

En el análisis anterior se supuso que la caída de tensión en la resistencia era pequeña comparada con el voltaje inducido “e”, lo cual simplifico el análisis para determinar las

formas de onda del flujo y del voltaje inducido, sin embargo, pueden ocurrir los dos casos siguientes:

a) El voltaje inducido $e(t)$ es relativamente pequeño comparado con la caída de tensión en la resistencia de la ecuación (1.37), así tendremos

$$v(t) = i(t)R \quad 1.42$$

b) Ambos términos del lado derecho de la ecuación (1.37) pueden ser significativos.

Caso a): Si el voltaje $v(t)$ se supone senoidal $v(t) = v_{MAX} \text{Sen } wt$, entonces de la ec. 1.42

$$i(t) = I_{MAX} \text{Sen } wt \quad 1.43$$

Donde:
$$I_{MAX} = \frac{V_{MAX}}{R} \quad 1.44$$

Entonces las formas de onda de $v(t)$ e $i(t)$ serán las mismas, como se muestra en la figura 1.15.

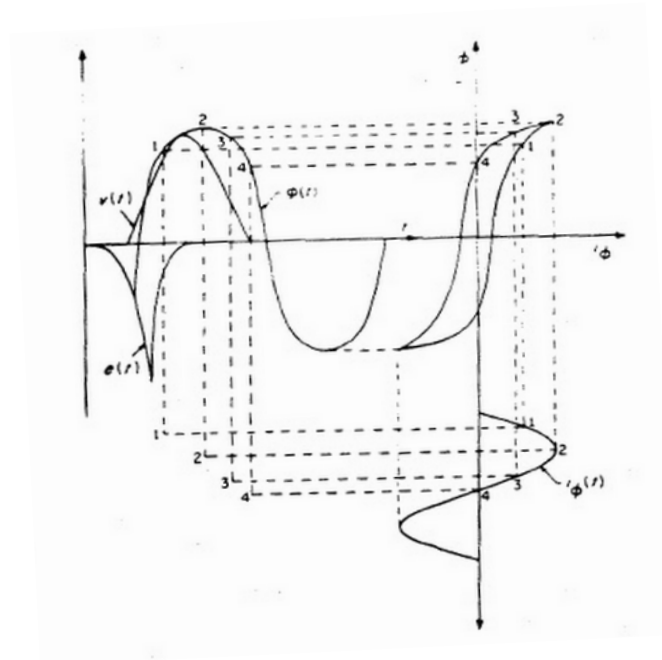


Fig. 1.15

A partir de la curva de la corriente, puede obtenerse de la curva normal de magnetización, la curva i vs ϕ (el conocido lazo de histéresis) y a partir de estas dos curvas se puede obtener la forma de onda del (flujo) ϕ , que como puede observarse, es más o menos plana en la parte superior, aun cuando la corriente de excitación es senoidal.

La forma de onda del voltaje inducido se obtiene al trazar la derivada de $\phi(t)$ con respecto al tiempo, a diferentes valores de

este, siendo la escala el número de vueltas de la bobina de excitación, se podrá notar que esta curva tiene forma de pico.

Caso b): En este caso la determinación de las formas de onda de $i(t)$, $e(t)$ y $\phi(t)$, cuando $v(t)$ es senoidal, es extremadamente difícil ya que el tamaño y forma de la onda ϕ vs i (lazo de histéresis), depende tanto de ϕ como de i , y estas no pueden ser determinadas independientemente una de la otra. Estas formas de onda solo pueden determinarse por prueba y error. Utilicemos como guía los dos casos extremos analizados con anterioridad. Parece razonable suponer que cuando $v(t)$ es senoidal, no serán senoidales $i(t)$, $e(t)$ y $\phi(t)$.

Las formas de onda de $e(t)$ e $i(t)$ deberán ser tales que sus distorsiones tiendan a cancelarse unas a otras, de modo que sus sumas darán una cantidad senoidal, que será $v(t)$, como se muestra en la figura (1.16).

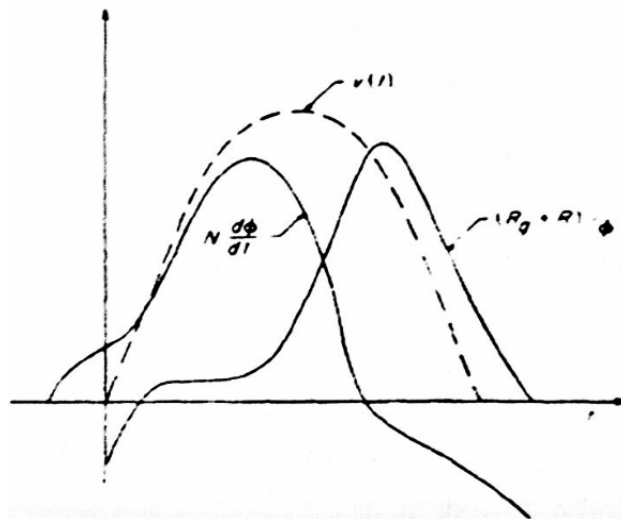


Fig. 1.16

Pérdida de energía en los núcleos ferromagnéticos.

Cuando los campos magnéticos asociados con núcleos ferromagnéticos, son disminuidos, a parte de la energía almacenada es regresada a la fuente o convertida en alguna otra forma útil de energía. Sin embargo parte de la energía almacenada se pierde en el núcleo en forma de calor. Esta pérdida de energía es debido a dos causas: a) Característica de histéresis del material y b) Corrientes inducidas en el núcleo (corriente de eddy, y corrientes parásitas).

Pérdidas de histéresis.

Supongamos que el núcleo de la figura 1.12, es excitada por una bobina alimentada por una corriente de variación periódica y que el lazo de histéresis es como se muestra en la figura 1.17

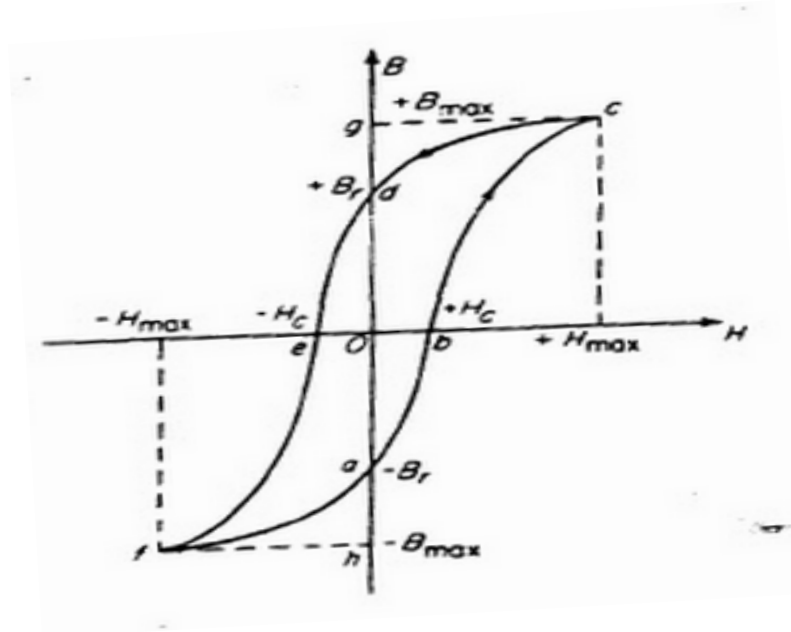


Fig.1.17

Consideremos un ciclo completo de magnetización $a - b - c - d - e - f - g$. Durante la parte ac del ciclo, H se incrementa de 0 a H_{MAX} y B se incrementa de $-Br$ a $+B_{MAX}$. De la ecuación 1.29 la energía absorbida por el campo magnético y almacenada durante esta parte del ciclo es:

$$W_{ac} = v \int_{-Br}^{+B_{MAX}} H dB \quad 1.45$$

Puede verificarse fácilmente que el signo de W_{ac} es positivo. Si esta energía es dividida por el volumen del núcleo V , se obtiene la densidad de energía W_{ac} , que es representada por el área sombreada de la figura 1.18 (a).

Durante la parte cd del ciclo, H disminuye de H_{MAX} a 0 y B disminuye de $+B_{MAX}$ a $+Br$. Debido a la histéresis, la disminución tiene lugar a lo largo de una curva diferente de la que se tomó en cuenta cuando se incrementó la densidad de flujo. Parte de la energía que se había suministrado, ahora es devuelta, ya que

$$W_{cd} = v \int_{+B_{MAX}}^{+Br} H dB \quad 1.46$$

Es negativa. El área sombreada de la figura 1.18 (b) representa la densidad de energía correspondiente a esta porción. Durante la parte “df” del ciclo, el núcleo es magnetizado en sentido opuesto, y la energía es absorbida por el campo, ya que

$$W_{df} = v \int_{+Br}^{-B_{MAX}} HdB \quad 1.47$$

es positiva. Ya que durante todo el intervalo (de +Br a B_{MAX}) H toma totalmente valores negativos. El área sombreada en la figura 1.17(c) representa la densidad de energía para esta parte del ciclo.

Finalmente, para el segmento “fa” del ciclo, se regresa parte de la energía que había sido suministrada en la parte “df” del ciclo, ya que:

$$W_{fa} = v \int_{-B_{MAX}}^{-Br} HdB \quad 1.48$$

es negativa, H forma valores negativos. Para esta parte del ciclo, el área sombreada en la figura 1.18 (d), representa la densidad de energía.

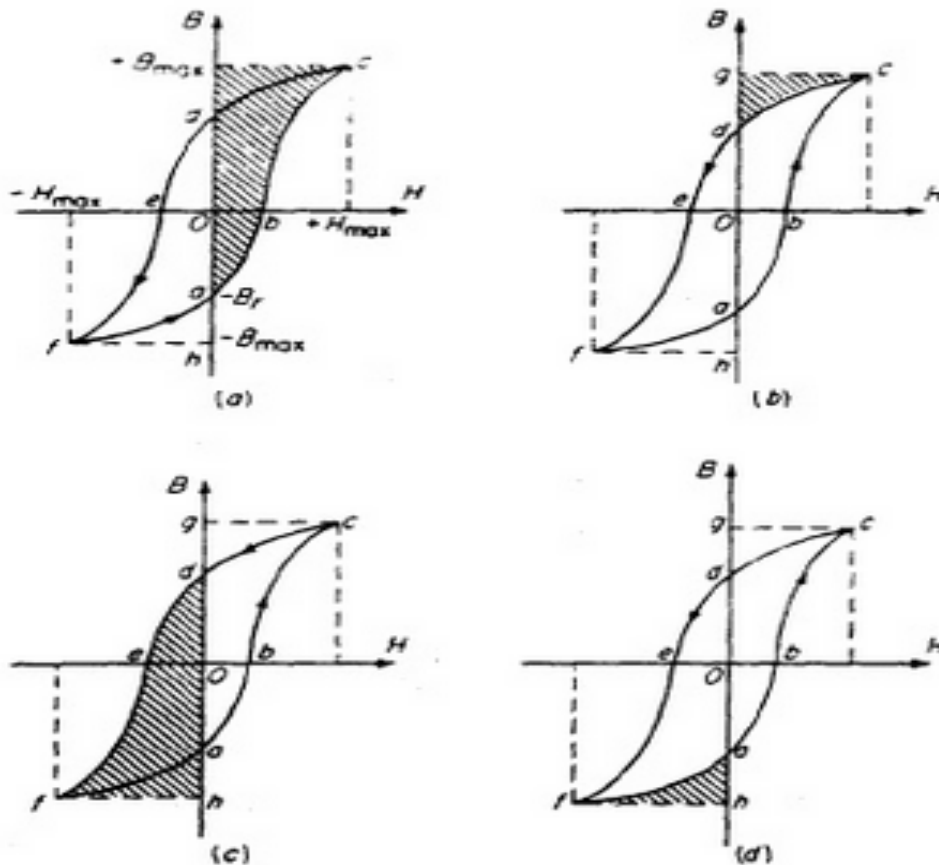


Figura 1.18



La energía neta absorbida por el campo magnético durante un ciclo completo de magnetización es:

$$W_h = W_{ac} + W_{cd} + W_{df} + W_{fa} = V (w_{ac} + w_{cd} + w_{df} + w_{fa}) = V(\text{área del lazo de hist}) \quad 1.49$$

Dónde: $S_1 = \frac{A-t}{m}$ y $S_2 = \frac{wb}{m^2}$. La energía w_h no se regresa a la fuente, sino que se disipa en forma de calor (en el núcleo).

w_h es la pérdida de energía por histéresis por ciclo por unidad de volumen del material magnético. Si f es la frecuencia de la señal de excitación, entonces la pérdida de energía en un segundo, debido a la histéresis, está dada por:

$$p_h = fw_h \quad 1.50$$

Por unidad de volumen del núcleo.

Formula de Steinmetz para perdidas de histéresis. Como un método alternativo al usar la ecuación 1.49, existe una formula empírica propuesta por Steinmetz, producto de un gran número de observaciones y mediciones experimentales y está dada por:

$$w_h = n(B_{MAX})^n \quad 1.51$$

Por unidad de volumen por ciclo, donde n (llamado coeficiente de Steinmetz) es una constante cuyo valor depende del material y del sistema de unidades usado, y n (llamado exponente de Steinmetz) usualmente se supone con un valor de 1.6.

Si la frecuencia de excitación, en ciclos por segundo es f entonces:

$$\text{Pérdida de potencia debido a la histéresis} = p_h = nf (B_{MAX})^n \quad 1.52$$

Por unidad de volumen. Si V es el volumen del núcleo del material ferromagnético, la pérdida total en el núcleo debido a la histéresis está dada por:

$$P_h = nvf (B_{MAX})^n \quad 1.53$$

La fórmula de Steinmetz, resulta ser una buena aproximación, sin embargo, para algunos materiales el valor de n de 1.6, no es satisfactorio.

Pérdidas por corrientes parásitas en núcleos ferromagnéticos.

Consideremos el núcleo de la figura 1.12, este núcleo además de poseer una alta permeabilidad (como todos los materiales ferromagnéticos) es, aunque no como el cobre o el de aluminio, un buen conductor de la electricidad, de tal manera que al estar en presencia de un campo magnético variable con el tiempo, se induce en este núcleo un

voltaje que hará que circulen por el corrientes, que se les denomina parásitas y dado que dicho núcleo posee una resistencia finita, se disipará en él, la energía en forma de calor.

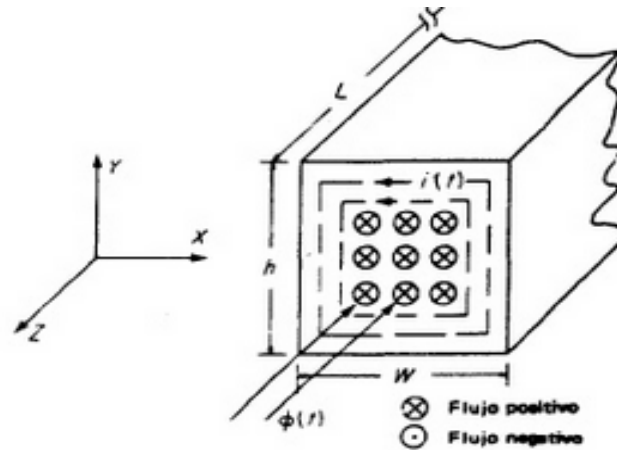


Figura 1.19

La figura 1.19 muestra la dirección y sentido de las corrientes, cuando el flujo está en aumento, según la ley de Lenz.

Efecto de las corrientes parásitas en la distribución del flujo (efecto superficial).

El flujo creado por las corrientes parásitas, como puede imaginarse es mayor en el centro del núcleo y dado que este flujo se opone al efecto que lo produce, fuerza a las líneas de inducción hacia las orillas (hacia la superficie del núcleo). Esto hace que el cálculo de las pérdidas por corriente parasitarias, sea extremadamente difícil, afortunadamente los núcleos utilizados en la mayoría de los dispositivos eléctricos, son construidos de laminaciones, aisladas unas de otras como se muestra en la figura 1.20, esto hace disminuir las pérdidas y como el espesor de cada lámina es muy pequeño comparado con las otras dimensiones, puede suponerse que la amplitud B_{MAX} , es la misma a través de la sección transversal de cada lámina.

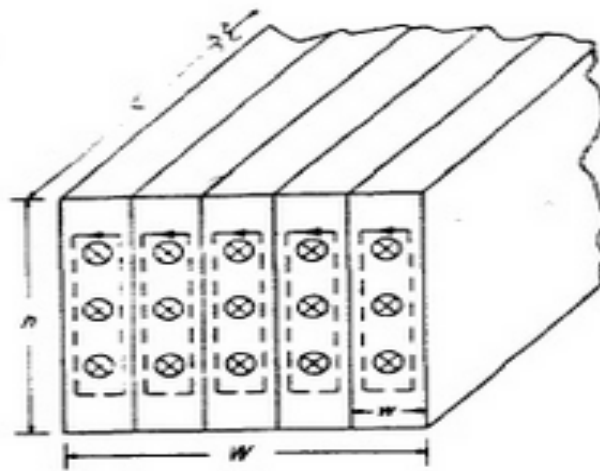


Figura 1.20

Cálculo de las pérdidas por corrientes parásitas despreciando el efecto superficial.

En la figura 1.21 se muestra una vista ampliada de una lámina. Consideremos una tira delgada en forma de anillo rectangular, dentro de la sección transversal de la lámina colocada en forma simétrica, cuyos lados están a una distancia x del eje y .

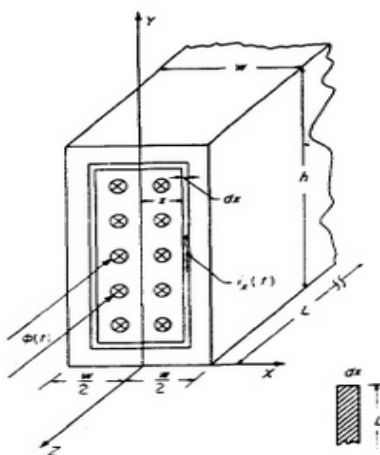


Figura 1.21



Este anillo lleva una corriente $i_x(t)$ y encierra un flujo $\phi_x(t)$, este flujo es distribuido sobre un área $2xh$, entonces:

$$\phi_x = b(t)(2xh) \quad 1.54$$

De acuerdo con la ley de Faraday, el voltaje inducido en el anillo considerando como una bobina de $N = 1$ vueltas será:

$$e_x(t) = \frac{d\phi_x(t)}{dt} = 2xh \frac{db}{dt} \quad 1.55$$

Si la resistividad del material ferromagnético es P , la resistencia del anillo será:

$$R_x = \frac{pl_x}{a_x} \quad 1.56 \quad ; l_x = 2h + 4x \approx 2h \quad \text{Ya que } h \gg x$$

Y $a_x = L dx$ de tal manera que:

$$R_x = \frac{2hp}{L dx} \quad 1.57$$

$$\text{La pérdida de potencia en el anillo es } dp_x(t) = \frac{[e_x(t)]^2}{R_x} \quad 1.58$$

Sustituyendo las ecuaciones 1.55 y 1.57, en la ecuación 1.58 e integrando de 0 a $w/2$, la pérdida de potencia en la lámina será:

$$\begin{aligned} \mathcal{P}_e(t) &= e \cdot i = \int_0^{\frac{w}{2}} \frac{(2xh \frac{db}{dt})^2}{\frac{2hp}{L dx}} = \int_0^{\frac{w}{2}} \frac{L dx 4x^2 h^2 (\frac{db}{dt})^2}{2hp} = \frac{2hL (\frac{db}{dt})^2}{p} \int_0^{\frac{w}{2}} x^2 dx = \frac{2hL (\frac{db}{dt})^2}{p} \frac{x^3}{3} \Big|_0^{\frac{w}{2}} = \\ &= \frac{2hL (\frac{db}{dt})^2}{p} \frac{w^3}{24} = \frac{hLw}{12p} (\frac{db}{dt})^2 w^2 \quad 1.59 \end{aligned}$$

Observemos que hLw es el volumen de la lámina. La pérdida de potencia por corrientes parásitas, por unidad de volumen del material magnético es:

$$\mathcal{P}_e(t) = \frac{w^2}{12p} (\frac{db}{dt})^2 \quad 1.60$$

Esta pérdida puede ser expresada en términos del voltaje inducido:



$$e(t) = N \frac{d\phi}{dt} = NS \frac{db}{dt} \quad \frac{db}{dt} = \frac{1}{NS} e(t) \quad 1.61$$

Sustituyendo la ec. (1.61) en la ec. (1.60):

$$\mathcal{P}_e(t) = \frac{w^2 [e(t)]^2}{12(NS)^2 p} \quad 1.62$$

Una potencia instantánea no nos da gran información, de manera que obtendremos una potencia promedio:

$$\mathcal{P}_e(\text{prom}) = \frac{w^2}{12PN^2S^2} \frac{1}{T} \int_0^T [e(t)]^2 dt$$

Donde N , es el número de vueltas de la bobina, S el área de la sección transversal del núcleo y además se puede notar que la integral evaluada de cero a T y dividida entre T (donde T es el periodo), es el cuadrado del voltaje eficaz, por lo que:

$$\mathcal{P}_e(\text{prom}) = K_e E e^2 f \quad 1.63$$

Dónde:

$$K_e = \frac{w^2}{12PN^2S^2} \quad 1.64$$

Asumiendo que iR es despreciable comparado con $e(t)$, en el circuito de la figura (1.3.1), de la ec. (1.3.6) se tiene:

$$E_{ef} = 4.44 f N S B_{MAX} = \frac{2\pi}{\sqrt{2}} f N S B_{MAX} \quad 1.65$$

Sustituyendo la ecuación 1.65 en la ecuación 1.63 se tiene:

$$\begin{aligned} \mathcal{P}_e &= \frac{w^2}{12PN^2S^2} \frac{4\pi^2}{2} f^2 N^2 S^2 B_{MAX}^2 \\ \mathcal{P}_e &= \frac{\pi^2 B_{MAX}^2 f^2 w^2}{6P} \quad 1.66 \end{aligned}$$

Por unidad de volumen.

1.4 Conversión de energía electromecánica.

1. Sistemas electromecánicos

Un ejemplo de dispositivos electromecánicos lo constituyen los contactores y los reveladores.

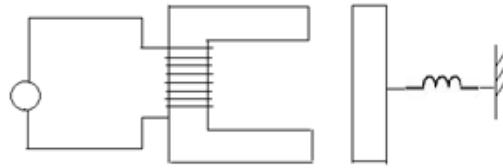


Figura 1.22

El diseño, la aplicación y el análisis de funcionamiento de un dispositivo como el anterior requiere que conozcamos cuanta fuerza es producida por la bobina a través de la cual circula una corriente para una posición dada de la armadura. Necesitamos conocer la fuerza f como una función, ya sea de i y de x o de λ y x , esto es:

$$f = f(i, x) \quad 1.67 \quad f(\lambda, x) \quad 1.68$$

De igual manera para dispositivos electromagnéticos giratorios desearemos conocer el par T en función de estas duplas de cantidades:

$$T = T(i, \phi) \quad 1.69 \quad T = T(\lambda, \phi) \quad 1.70$$

Elegir λ o i como variables depende del problema en particular por analizar. La corriente puede ser medida fácilmente. Los encadenamientos de flujo pueden ser determinados por dos formas:

$$1^{\text{a}} \text{ de la ec. } \phi = \int_s \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} \quad \lambda = N \phi$$

2^a de la teoría de circuitos eléctricos y de la ley de Faraday

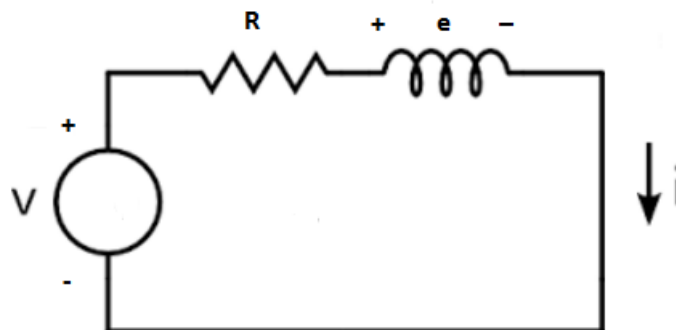


Figura 1.23

$$e = v - Ri = \frac{d\lambda}{dt} \quad \Rightarrow \quad \lambda = \int_{t_1}^{t_2} e dt + \lambda_1$$



Si podemos determinar el voltaje inducido “ e ” a partir del voltaje en terminales v y la caída Ri , entonces podemos integrar para determinar el cambio en λ durante el intervalo de tiempo $t_2 - t_1$ y así determinar λ únicamente conociendo λ_1 en el tiempo t_1 .

2. Balance de energía en sistemas electromecánicos

Cuando la armadura del dispositivo de la figura 1.1 se mueve, hay un intercambio de energía entre el circuito eléctrico, el sistema mecánico y el campo magnético. Sin embargo veremos relaciones con cambio de energía en ambas direcciones, consideremos un cambio en la energía eléctrica ΔW_e algebraicamente (+) si el circuito electrónico proporciona una elevación de energía al dispositivo electromagnético.

Un cambio en la energía electromagnética.

Un cambio en la energía mecánica ΔW_m se considera (+) si el dispositivo electromagnético proporciona una elevación de energía al sistema mecánico. Un cambio en la energía de campo ΔW_f será considerado positivo si la energía almacenada en el campo magnético aumenta.

Ya que nuestro objetivo principal es la conversión de la energía electromecánica omitiremos otros tipos de conversión de energía y estas conversiones las consideraremos pérdidas por efecto Joule (i^2R) y posteriormente las incluiremos en el circuito eléctrico (esto implica que consideremos la bobina ideal, sin resistencia). Existen otros tipos de pérdidas como son la energía de campo eléctrico, la energía de radiación y las del circuito magnético.

Las pérdidas debidas al campo eléctrico las consideramos despreciables dado que la capacitancia entre vueltas es bajísima.

Las pérdidas por radiación también las despreciaremos ya que las frecuencias a que se trabajan los dispositivos electromagnéticos son relativamente bajas. Las pérdidas del circuito magnético resultado del fenómeno de histéresis y de las corrientes de Edy podemos de manera análoga a lo que hicimos con las (I^2R) separarlas para considerarlas posteriormente.

De manera que considerando el dispositivo ideal podemos relacionar los cambios en las energías ΔW_e , ΔW_m y ΔW_f por una ecuación de balance de energía:

$$\Delta W_e = \Delta W_f + \Delta W_m \quad 1.71$$

De la ecuación anterior podemos expresar la energía mecánica ΔW_m en función de cualquier par de variables i y x ó λ y x :

$$\Delta W_m(i, x) = \Delta W_e(i, x) - \Delta W_f(i, x) \quad 1.72$$

$$\Delta W_m(\lambda, x) = \Delta W_e(\lambda, x) - \Delta W_f(\lambda, x) \quad 1.73$$

Ahora que podemos determinar ΔW_m , podemos determinar la fuerza promedio f_{prom} , exigida por la armadura durante el movimiento a través de una distancia Δx :

$$f_{prom} \Delta x = \Delta W_m \quad 1.74$$

Luego

$$f_{prom}(i, x) = \frac{\Delta W_e(i, x)}{\Delta x} - \frac{\Delta W_f(i, x)}{\Delta x} \quad 1.75$$

Y

$$f_{prom}(\lambda, x) = \frac{\Delta W_e(\lambda, x)}{\Delta x} - \frac{\Delta W_f(\lambda, x)}{\Delta x} \quad 1.76$$

3. Energía almacenada en sistemas lineales

Comenzaremos nuestro estudio utilizando un sistema particularmente simple en el cuál la relación entre la excitación y la respuesta es lineal. Un ejemplo de ello lo constituye el sistema representado en la figura 1.2. En este caso el sistema lo constituye una bobina enrollada en un núcleo de material no magnético y no conductor. La relación entre corriente en la bobina (excitación) y encadenamientos de flujo de la misma respuesta es lineal.

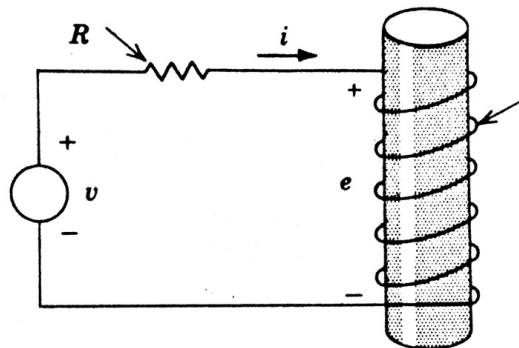


Fig. 1.2



La ecuación de voltajes de Kirchoff del circuito anterior es:

$$v = iR + e \quad 1.77$$

Donde “e” es el voltaje inducido multiplicando está ecuación por i obtenemos:

$$vi = i^2R + ei \quad 1.78$$

Note que cada uno de los términos en esta ecuación tiene la dimensión de potencia por lo que la energía total suministrada por la fuente en un intervalo de tiempo $\Delta t = t_2 - t_1$, durante el cual la corriente cambia de i_1 a i_2 es:

$$\text{Energía total de entrada} = \int_{t_1}^{t_2} vidt = \int_{t_1}^{t_2} i^2Rdt + \int_{t_1}^{t_2} eidt \quad 1.79$$

El 1er término del 2º miembro de la ecuación 1.79 representan las pérdidas de la energía en la bobina causada por su resistencia luego pérdidas por calor en la resistencia de la bobina es igual a:

$$\int_{t_1}^{t_2} i^2Rdt \quad 1.80$$

El otro término de la ecuación 1.79 debe ser la energía real de entrada a la bobina:

$$\text{Energía que entra a la bobina} = \Delta W_c = \int_{t_1}^{t_2} eidt \quad 1.81$$

Si estamos despreciando todas las pérdidas adicionales que puedan existir, entonces esta debe ser la energía almacenada en el campo magnético. No existe conversión de energía mecánica puesto que asumimos que la bobina esta mecánicamente rígida.

La ecuación 1.81 puede escribirse de otra forma usando la Ley de Faraday para el voltaje inducido e :

$$e = \frac{d\lambda}{dt} \quad \Delta W_c = \int_{t_1}^{t_2} i \frac{d\lambda}{dt} dt = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} id\lambda \quad 1.82$$

Haciendo un cambio en la variable de integración y λ_1 y λ_2 , corresponden a los enlaces de flujo en los tiempos t_1 y t_2 . $\lambda_1 = \lambda(t_1)$, $\lambda_2 = \lambda(t_2)$

El resultado de evaluar la integral de la ec. 1.82 se ilustra gráficamente en la figura 1.3, dado que estamos considerando una relación lineal entre λ e i . En sistemas de este tipo se acostumbra a describir la relación lineal entre λ e i por medio de la inductancia propia de la bobina (L) dada por la ecuación:

$$L = \frac{\lambda}{i} \quad 1.83$$

En términos de esta constante la ec. 1.82 la podemos escribir como

$$\Delta W_c = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \frac{\lambda}{L} d\lambda = \frac{\lambda_2^2 - \lambda_1^2}{2L} \quad 1.84$$

La cual es una forma de describir el área saturada de la figura 1.3.

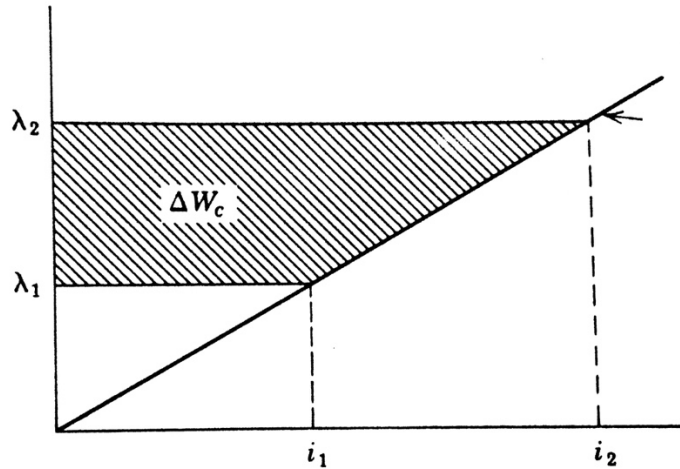


Figura 1.3

Para demostrar que esta energía (ΔW_c) es realmente almacenada en el campo magnético, mostraremos que una cantidad igual de energía puede ser recuperada por la bobina y regresada a su valor original. Consideremos que regresamos el sistema a su estado original en un intervalo de tiempo $\Delta t^1 = t_3 - t_2$. En este intervalo la energía entregada por la fuente será:

Energía total de entrada igual a: $\int_{t_2}^{t_3} v i dt \quad 1.85$

Una energía adicional de pérdidas en la resistencia de la bobina

Perdidas por calor en la resistencia de la bobina

$$= \int_{t_2}^{t_3} i^2 R dt \quad 1.86$$

Y una energía de entrada a la bobina.

Energía de entrada a la bobina $= \Delta W_c^1 = \int_{t_2}^{t_3} e i dt \quad 1.87$

Lo que en términos de los encadenamientos de flujo nos da:

$$\Delta W_c^1 = \int_{\lambda_2}^{\lambda_3} i d\lambda \quad 1.88$$

Si regresamos al estado original, tendremos $\lambda_3 = \lambda_1$ 1.89

$$\text{Y } \Delta W_c^1 = \int_{\lambda_2}^{\lambda_1} id\lambda = - \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} id\lambda = -\Delta W_c \quad 1.90$$

Siempre que la curva de magnetización permanezca inalterada.

Así las cosas, la bobina es regresada a su estado original, una cantidad de energía igual a ΔW_c es regresada al sistema y puede ser recuperada (excepto por las pérdidas I^2R en la resistencia de la bobina). En este tipo de sistemas, entonces, tendremos que desarrollar una manera de calcular la energía almacenada. Evaluando la ec. 1.82, partiendo de que el flujo en t_1 es cero ($\lambda_1 = 0$), se obtiene la energía almacenada como:

$$W_f = \int_0^\lambda id\lambda \quad 1.91$$

Para cualquier valor de los encadenamientos de flujo $\lambda_2 = \lambda$.

El subíndice f se usa para recordar que esta energía esta almacenada en el campo magnético asociado con la bobina. La figura 1.4 ilustra la evolución de esta integral en un sistema lineal.

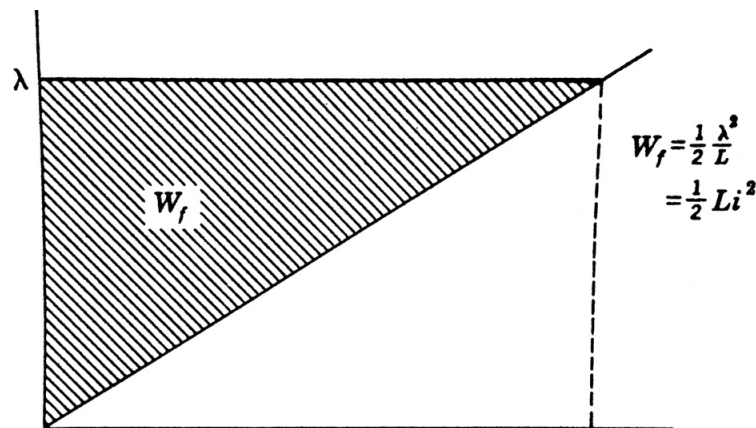


Figura 1.4

En términos de la inductancia propia de la bobina (L):

$$W_f = \int_0^\lambda \frac{\lambda}{L} d\lambda = \frac{1}{2} \frac{\lambda^2}{L} \quad 1.92$$

O alternativamente en términos de la corriente en la bobina:

$$W_f = \frac{(Li)^2}{2L} = \frac{1}{2} Li^2 \quad 1.93$$

4. Efecto de la no linealidad

Para un sistema con una curva de magnetización no lineal, la energía de entrada a la bobina, de cualquier forma queda expresada por la ec. 1.82, puede ser ilustrada por la gráfica de la figura siguiente:

Figura 1.5. La simple expresión dada por la ec. 1.84 ya no describe la energía de entrada a la bobina.

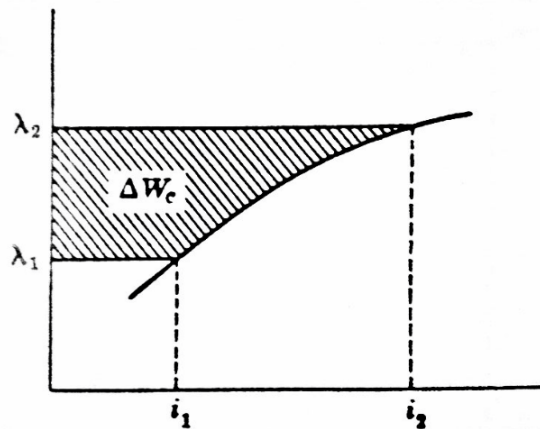


Figura 1.5

Si la no linealidad es tal que el sistema está totalmente des excitado cuando $\lambda = 0$ (la curva de magnetización atraviesa por el origen), entonces la ecuación 1.82 sigue siendo válida para sistemas no lineales. La energía total almacenada en el sistema no lineal está dada por la misma expresión integral desarrollada para sistemas lineales.

$$W_f = \int_0^\lambda id\lambda \quad 1.94$$

Este resultado es ilustrado gráficamente en la figura 1.6

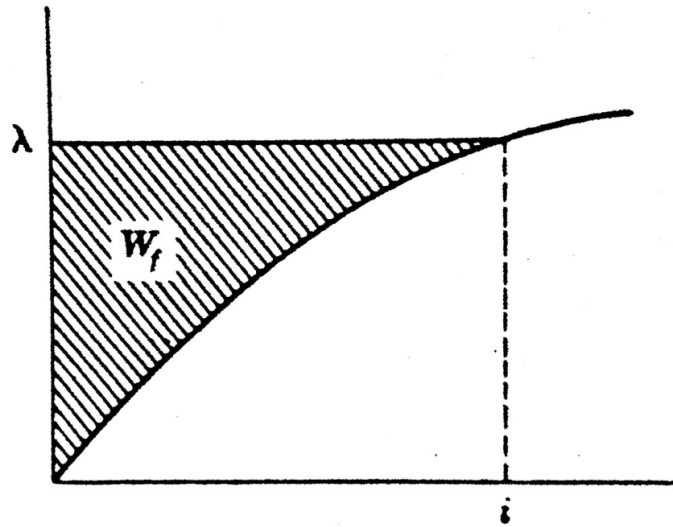


Figura 1.6

5. Materiales Magnéticos

Experimentalmente se ha demostrado que ciertos materiales, cuando son colocados en un campo magnético, reaccionan con él y lo modifican. Este fenómeno es llamado magnetización y los materiales que exhiben esta característica son llamados materiales magnéticos. Estos materiales son clasificados en tres grupos: diamagnéticos, paramagnéticos, y ferromagnéticos. Estos últimos son los de mayor interés para el ingeniero electricista en vista de que la mayoría de los dispositivos electromagnéticos son hechos de este tipo de material, por tal motivo dirigiremos nuestra atención solamente a este tipo de materiales. Una manera de cuantificar el efecto magnetizante es usando el concepto de permeabilidad relativa, definido como:

$$\mu_r = \frac{\mu}{\mu_0} \quad 1.95$$

Dónde: μ_r = permeabilidad relativa

μ = permeabilidad = B/H (henrios por metro)

μ_0 = permeabilidad del espacio libre = $4\pi \times 10^{-7} \text{ H/m}$

Los valores de permeabilidad relativa para los materiales diamagnéticos son alrededor de 0.999991 y para los materiales paramagnéticos son alrededor de 1.0000004.



Entre los materiales ferromagnéticos se encuentra el hierro, el níquel, el cobalto y un gran número de aleaciones especiales de estos elementos más impurezas de silicio y de carbón. La permeabilidad relativa para este tipo de materiales está en el rango de 250 a 1 000 000.

Existen cuatro propiedades básicas que distinguen a los materiales ferromagnéticos de los otros materiales magnéticos y estas son:

1. Exhiben una permeabilidad extremadamente grande pero variable.
2. Un valor alto de densidad de flujo máximo intrínseco. Este límite es llamado densidad de flujo de saturación y representa una condición de máxima utilización del material. Para valores de densidad de flujo más allá de este punto, el material se comporta como si fuera no-magnético.
3. Hay una tendencia del material a oponerse a cambios en la densidad de flujo. Esta característica se conoce como fenómeno de histéresis en la cual la relación entre B y H depende no únicamente del valor de H sino también de la dirección de cambio.
4. Poseen la habilidad de mantener la magnetización aún después de que la fuerza magnetizante ha desaparecido, a esta propiedad se le ha llamado relatividad.

Sistemas con una excitación

En vista de la ambigüedad introducida por la histéresis, restringiremos nuestro análisis a sistemas caracterizados por una curva de magnetización tal que para un valor de H exista un solo valor de B .

Como lo hicimos anteriormente, podemos entonces usar:

$$W_f = \int_0^\lambda id\lambda \quad 1.96$$

Como la ecuación que define la energía almacenada, considerando que la curva de magnetización pasa por el origen (no hay magnetismo residual).

De una manera análoga a lo que se hizo con las pérdidas eléctricas (I^2R) al extraerlas y considerarlas aparte, podemos separar las pérdidas por histéresis y por corrientes parasitas y considerar al sistema ideal, para posteriormente considerarlas en forma global como pérdidas en el núcleo.

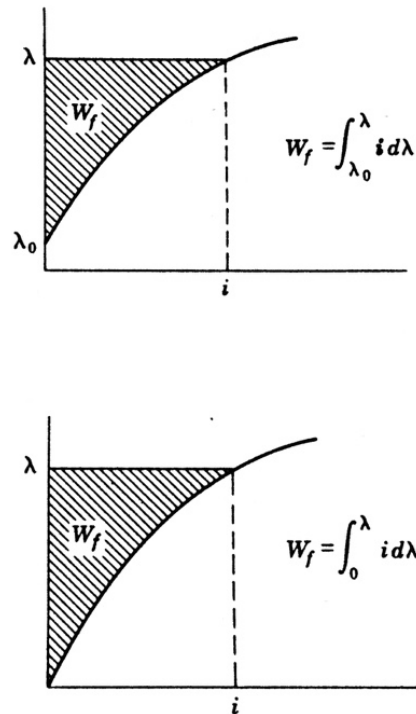


Considerar ausencia de magnetismo residual no es realmente necesario para proceder con nuestro análisis. Así en lugar de que la curva de magnetización pase por el origen, consideramos que:

Existe un valor λ_0 para una corriente $i = 0$, y entonces evaluamos la energía de campo de la ecuación:

$$W_f = \int_{\lambda_0}^{\lambda} i d\lambda \quad 1.97$$

El resultado final de nuestro análisis no cambiara si usamos la ecuación (1.96) o la (1.97) para definir la energía de campo, de tal manera en lo sucesivo prescindiremos de considerar el magnetismo residual. Las curvas de magnetización de la figura 1.7 ilustra la aplicación correcta de las ecuaciones de la energía de campo, con y sin magnetismo residual.



Figuras 1.7

Empecemos por considerar un sistema con una sola bobina de excitación y un solo entrehierro. Un sistema como este se ilustra en la figura 1.8

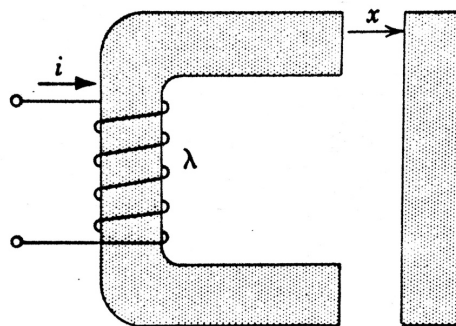


Figura 1.8

En este caso las tres variables que describen el estado del sistema son los encadenamientos de flujo de la bobina λ , la corriente en la bobina i , y la longitud del entrehierro x . La relación entre estas variables para un sistema como el de la figura 1.8

está descrito por las curvas de la figura 1.9, en la cual la longitud del entrehierro x es un parámetro.

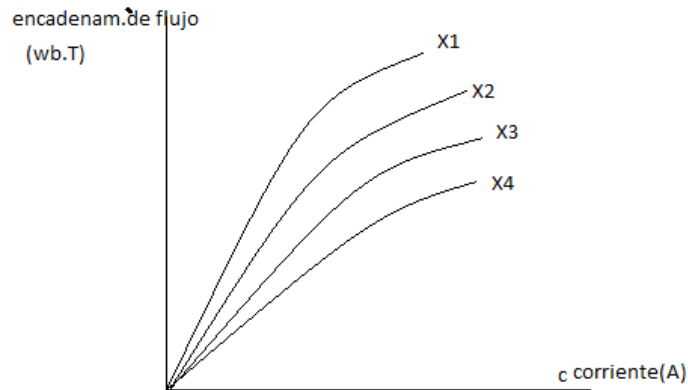


Figura 1.9

Como puede notarse el espaciamiento del entrehierro tiene influencia sobre la forma y espaciamiento de estas curvas. Un juego de curvas de este tipo esta descrito por una ecuación de la forma:

$$\lambda = \lambda(i, x) \quad 1.98$$

Los encadenamientos de flujo dependen de la corriente y de la posición mecánica. Para evaluar la energía almacenada aplicamos la ecuación 1.30, sujeta a la restricción de que en la evaluación de la integral la posición mecánica x se mantiene constante:

$$W_f = \int_0^\lambda i d\lambda \quad 1.99$$

Esto implica que la energía de campo para cualquier configuración mecánica en particular se puede contener, primero colocando el sistema en la configuración deseada y después llevando la excitación al nivel deseado.

La ecuación 1.99 puede ser resuelta para i y obtener una relación de la forma:

$$i = i(\lambda, x) \quad 1.100$$

Y la ec. 1.99 puede ser escrita como:

$$W_f(\lambda, x) = \int_0^\lambda i(\lambda, x) d\lambda$$



La tilde indica que son variables de integración las que no tienen constantes en el proceso de integración.

Interpretaremos esta ecuación como una relación derivada basada en la suposición de una relación entre λ , i sin considerar el fenómeno de histéresis (es decir, para un valor dado de H corresponde un valor único de B) y despreciando el magnetismo residual.

Ejemplo 1

Considere un sistema en el cual la curva de magnetización esta descrita por la ecuación:

$$\lambda = kx^2 i^{1/2}$$

Determine la energía almacenada en el sistema.

Solución: $(i^{1/2})^2 = \left(\frac{\lambda}{kx^2}\right)^2 \Rightarrow i = \frac{\lambda^2}{k^2x^4}$

$$W_f(\lambda, x) = \int_0^\lambda i(\lambda, x) d\lambda = \int_0^\lambda \frac{\lambda^2}{k^2x^4} d\lambda = \frac{\lambda^3}{3k^2x^4} \text{ Joules}$$

Para $\lambda = 2$ y $x = 1$ y suponiendo $k = 1$

$$W_f(\lambda, x) = \frac{8}{3} = 2.67 \text{ Joules}$$

Las curvas de magnetización de este sistema se muestran en la figura 1.10. La energía de campo para $\lambda = 2$ y $x = 1$ está indicada por el área saturada.

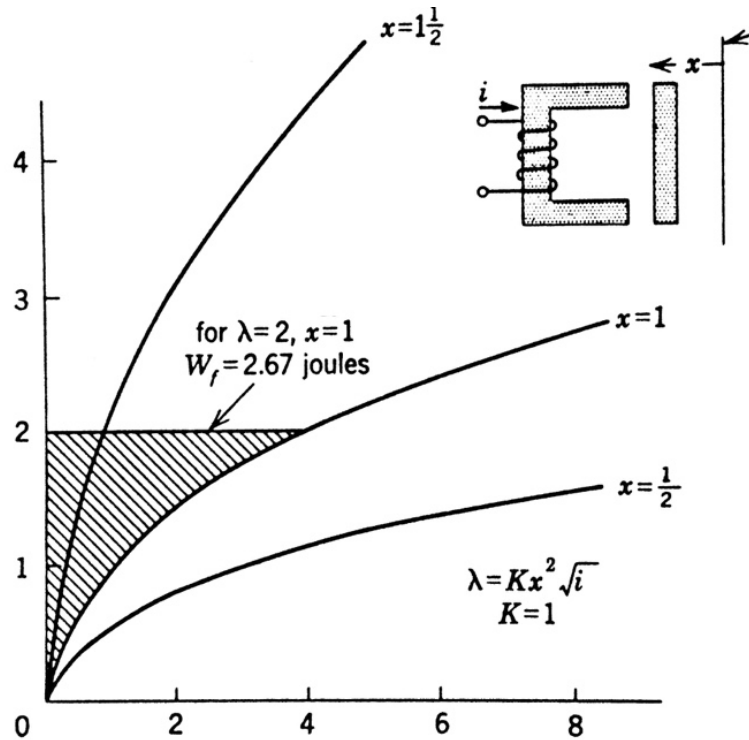


Figura 1.10

Ejemplo 2.

Determinar la energía almacenada en un sistema magnético lineal caracterizado por una inductancia propia $L(x)$.

Solución:

$$W_f(\lambda, x) = \int_0^\lambda i(\lambda, x) d\lambda \quad \text{Ya que } \lambda = Li \quad \text{entonces}$$

$$= \int_0^\lambda \frac{\lambda}{L(x)} d\lambda = \frac{1}{2} \frac{\lambda^2}{L(x)}$$

En la mayoría de los casos es posible usar la ecuación definiendo las curvas de magnetización para escribir W_f como una función de i y x en lugar de λ y x . Entonces en el ejemplo:

$$W_f = \frac{\lambda^2}{2L(x)} = \frac{(L(x)i)^2}{2L(x)} = \frac{1}{2} L(x)i^2$$



10. Funciones de estado

Si un sistema electromecánico está caracterizado por una simple curva de magnetización (no por un lazo como el de histéresis), ya hemos demostrado que la energía de campo está dada por la integral:

$$W_f(\lambda, x) = \int_0^\lambda i(\lambda, x) d\lambda$$

Desde un punto de vista matemático, esta ecuación obtiene un resultado que depende de los valores de λ y x nada más. Un par de valores de λ y x , corresponden a un punto en una de las curvas de magnetización del sistema y está por consiguiente asociado con un valor particular de i . Si consideramos que un punto cualquiera en una de las curvas de magnetización del sistema y está por consiguiente asociado con un valor particular de i . Si consideramos un punto cualquiera en una de las curvas de magnetización está definiendo un posible estado de existencia del sistema esto implica que con tal estado está asociado un y solo un valor de energía almacenado en el campo.

Entonces podemos hablar de la energía de campo como una función de estado del sistema, o simplemente como una función de estado.

En términos simples una función de estado tiene la propiedad de depender de valores presentes de un juego de variables y no de la historia de valores pasados del sistema.

Un ejemplo, de función de este tipo lo constituye el voltaje a través de un resistor en el cual la resistencia no es función de la temperatura.

El resultado importante de considerar la energía de campo como una función de estado es que no importa como lleguemos a una configuración y excitación del sistema, la energía de campo es la misma. Entonces podemos primero ajustar la configuración mecánica y posteriormente excitar el sistema y después ajustar la configuración. Es importante notar que esto es cierto únicamente si quitamos del sistema la energía de pérdidas causadas por el fenómeno de histéresis.

Sistemas multiexcitados

La figura 1.11 muestra un sistema que tiene dos bobinas de excitación. En este dispositivo excitando la bobina 1 la parte móvil se desplazará hacia la izquierda, mientras que excitando la bobina 2 se desplazará hacia la derecha. La posición de la armadura dependerá de la dirección relativa de las dos corrientes.

El sistema doblemente excitado estará caracterizado por un par de familias de curvas de magnetización descritas por ecuaciones de la forma:

$$\lambda_1 = \lambda_1(i_1, i_2, x) \quad 1.101, \quad \lambda_2 = \lambda_2(i_1, i_2, x) \quad 1.102$$

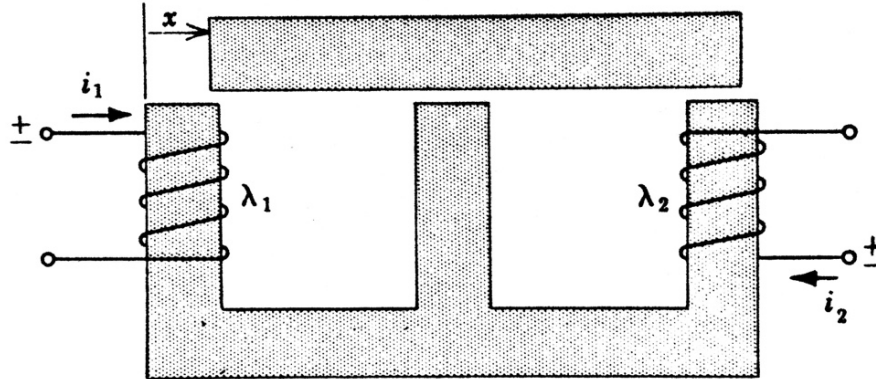


Figura 1.11

Determinamos la energía almacenada evaluando la energía de entrada (menos las pérdidas i^2R de la bobina) cuando llevamos el sistema de un estado inicial des excitado o un estado final excitado manteniendo la configuración mecánica fija. Tenemos ahora muchas formas de ir del estado inicial al estado final. Por ejemplo podemos primero excitar al sistema llevando λ_1 a su valor final con λ_2 mantenido en cero, después con λ_1 mantenido en su valor final, llevar λ_2 a su estado final, todo con la configuración mecánica sostenida en una posición fija. El valor de la energía de campo obtenida con este procedimiento será:

$$W_f = \int_0^{\lambda_1} i_1(\lambda, 0, x) d\lambda_1 + \int_0^{\lambda_2} i_2(\lambda_1, \lambda_2, x) d\lambda_2 \quad 1.103$$

Donde λ_1 y λ_2 representan los valores finales deseados de los encadenamientos de flujo en las dos bobinas.

(Las variables que no se encuentran en negritas son constantes para propósitos de integración).

Si hacemos el proceso inverso, es decir, llevamos la bobina 2 a su valor final y después la bobina 1, tendríamos:

$$W_f = \int_0^{\lambda_2} i_2(0, \lambda_2, x) d\lambda_2 + \int_0^{\lambda_1} i_1(\lambda_1, \lambda_2, x) d\lambda_1 \quad 1.104$$

Podemos llevar el sistema a su estado final excitando las dos bobinas simultáneamente, si se tiene una relación entre los encadenamientos de flujo o entre las corrientes en las bobinas.

Como ejemplo consideremos la situación donde una relación fija entre λ_1 y λ_2 se mantiene durante la excitación. La energía de campo entonces está dada por:

$$W_f = \int_0^{\lambda_1} i_1(\lambda_1, k \lambda_1, x) d\lambda_1 + \int_0^{\lambda_2} i_2\left(\frac{\lambda_2}{k}, \lambda_2, x\right) d\lambda_2 \quad 1.105$$

Donde $k = \lambda_2/\lambda_1$

Hay un número infinito de caminos para llevar este sistema a su estado final y por lo tanto correspondiente a cada esquema de excitación hay un número infinito de integrales del tipo de las ilustradas anteriormente. Sin embargo todas las integrales son casos particulares de un caso más general llamada integral de línea. El problema es usualmente formulado en notación vectorial como:

$$W_f = \int_c \hat{i} \cdot d\hat{\lambda} \quad 1.106$$

Donde la curva c es la trayectoria a lo largo de la cual la integral es evaluada.

La energía de campo la podemos expresar como:

$$W_f = \int_c [i_1 d\lambda_1 + i_2 d\lambda_2] = \int_0^{\lambda_1, \lambda_2} [i_1(\tilde{\lambda}_1, \tilde{\lambda}_2, x) d\tilde{\lambda}_1 + i_2(\tilde{\lambda}_1, \tilde{\lambda}_2, x) d\tilde{\lambda}_2] \quad 1.107$$

La evolución de la integral de línea depende de la trayectoria escogida. Los tres casos que analizamos anteriormente muestran la evolución de la integral anterior en tres trayectorias diferentes como se muestra en la figura siguiente:

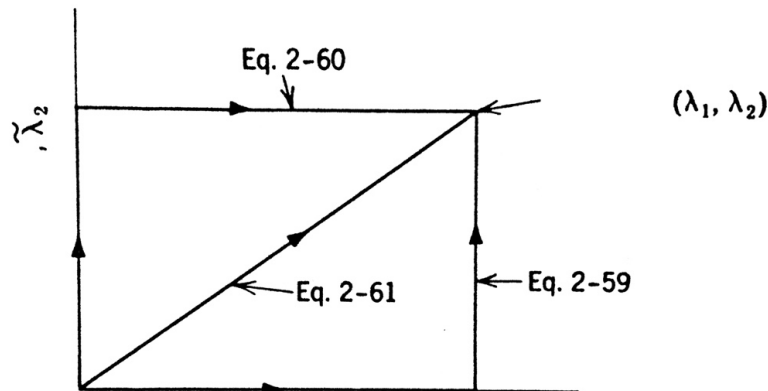


Figura 1.12

En general el valor de la integral de la ec. (1.107), es diferente para cada trayectoria. Sin embargo este no es el caso en sistemas físicos. Para el tipo de sistemas con los cuales estamos interesados, la energía es nuevamente una función de estado y es independiente de la manera en la cual el sistema es llevado a su estado final.

En términos de la ec. (1.107), esto significa que la integral es una “diferencial perfecta” y el valor de la integral es independiente de la trayectoria de integración. La condición matemática necesaria es que:

$$\frac{\delta i_1}{\delta \lambda_2} = \frac{\delta i_2}{\delta \lambda_1} \quad 1.108$$

Todo el resto del trabajo será restringido a sistemas que cumplan con la ec. 1.108. Esto asegura que la energía almacenada es una función de estado.

Ejemplo:

Consideremos un sistema electromagnético doblemente excitado descrito por las ecuaciones:

$$i_1 = (\lambda_1^2 + \lambda_2^2)x^2 ; i_2 = 2\lambda_1\lambda_2x^2$$

Pruebe si estas ecuaciones pueden describir una función de estado y evalúe la integral de línea de la ecuación 7 a lo largo de cada una de las trayectorias ilustradas en la figura siguiente:

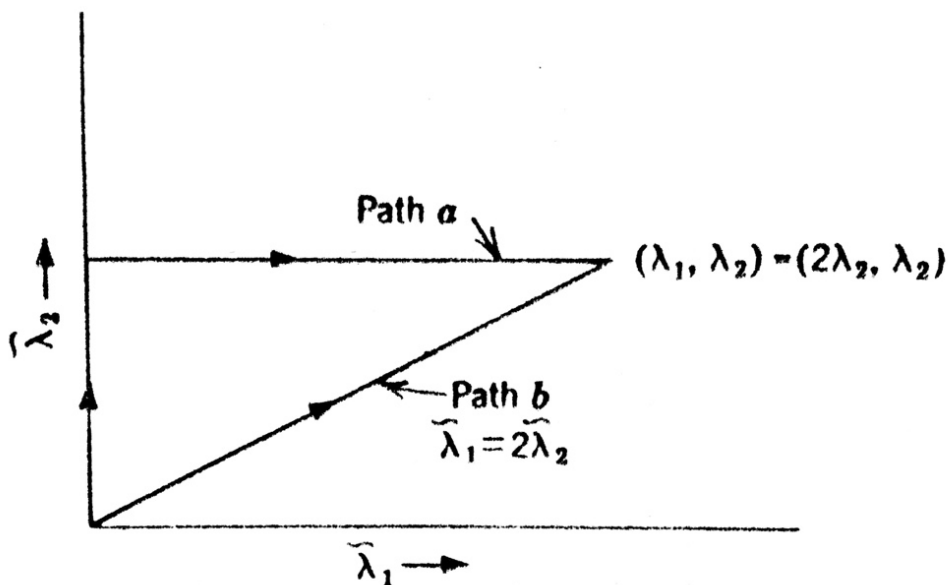


Figura 1.13

Solución:

La independencia de la trayectoria se prueba evaluando la ecuacion (1.108)



$$\frac{\delta i_1}{\delta \lambda_2} = 2\lambda_2 x^2 \quad y \quad \frac{\delta i_2}{\delta \lambda_1} = 2\lambda_2 x^2$$

Ya que estas dos derivadas parciales son iguales, la integral de línea de la ecuación 1.107 es independiente de la trayectoria de integración y la energía de campo puede ser expresada como una función de estado. Evaluando la integral de línea se tiene:

$$W_f = \int_0^{\lambda_1, \lambda_2} (\tilde{\lambda}_1^2 + \tilde{\lambda}_2^2) x^2 d\tilde{\lambda}_1 + 2\tilde{\lambda}_1 \tilde{\lambda}_2 x^2 d\tilde{\lambda}_2$$

Para la trayectoria "a" integramos con respecto a $\tilde{\lambda}_2$ mientras $\tilde{\lambda}_1$ se mantiene en cero. Esto nos da un valor en cero puesto que $d\tilde{\lambda}_1 = 0$ y $\tilde{\lambda}_1 = 0$.

En seguida mantenemos $\tilde{\lambda}_2$ en su valor final (λ_2) e integramos con respecto a λ_1 , esto es:

$$W_f = \int_0^{\lambda_1} (\tilde{\lambda}_1^2 + \lambda_2^2) x^2 d\tilde{\lambda}_1 = \left(\frac{1}{3} \tilde{\lambda}_1^3 + \tilde{\lambda}_1 \lambda_2^2 \right) x^2 \int_0^{\lambda_1} \cdot$$

$$W_f = \left(\frac{\lambda_1^3}{3} + \lambda_1 \lambda_2^2 \right) x^2$$

El segundo término de la integral es cero ya que la permanece constante y por lo tanto $\tilde{\lambda}_2 = 0$. En el punto final en el que $\lambda_1 = 2\lambda_2$ (cualquier punto que cumpla con esta condición), la energía de campo puede ser escrita:

$$W_f = \left[\frac{(2\lambda_2)^3}{3} + 2\lambda_2^3 \right] x^2 = \frac{14}{3} \lambda_2^3 x^2$$

Para la trayectoria "b" en la cual $\tilde{\lambda}_1 = 2\tilde{\lambda}_2$ se tiene:

$$W_f = \int_0^{\lambda_1} \left[\tilde{\lambda}_1^2 + \left(\frac{\tilde{\lambda}_1}{2} \right)^2 \right] x^2 d\tilde{\lambda}_1 + \int_0^{\lambda_2} 4\tilde{\lambda}_2^2 x^2 d\tilde{\lambda}_2$$

$$= \left(\frac{1}{3} \lambda_1^3 + \frac{\lambda_1^3}{12} \right) x^2 + \frac{4}{3} \lambda_2^3 x^2 = \frac{5}{12} \lambda_1^3 x^2 + \frac{4}{3} \lambda_2^3 x^2$$

En el punto final en el que $\lambda_1 = 2\lambda_2$ la expresión de la energía de campo puede quedar escrita como:

$$W_f = \frac{5}{12}(2\lambda_2)^3 x^2 + \frac{4}{3}\lambda_2^3 x^2 = \left(\frac{10}{3}\lambda_2^3 + \frac{4}{3}\lambda_2^3\right)x^2 = \frac{14}{3}\lambda_2^3 x^2$$

La cual es la misma que la obtenida integrando a lo largo de la trayectoria "a".

Conversión de la energía en sistemas con una excitación

(Análisis gráfico)

El análisis gráfico comienza con una representación gráfica adecuada de la ecuación:

$$\lambda = \lambda(i, x) \quad 1.109$$

Esto puede hacerse para dos dimensiones usando λ e i como coordenadas y trazando una familia de curvas (una para cada valor de x), como se muestra en la figura siguiente:

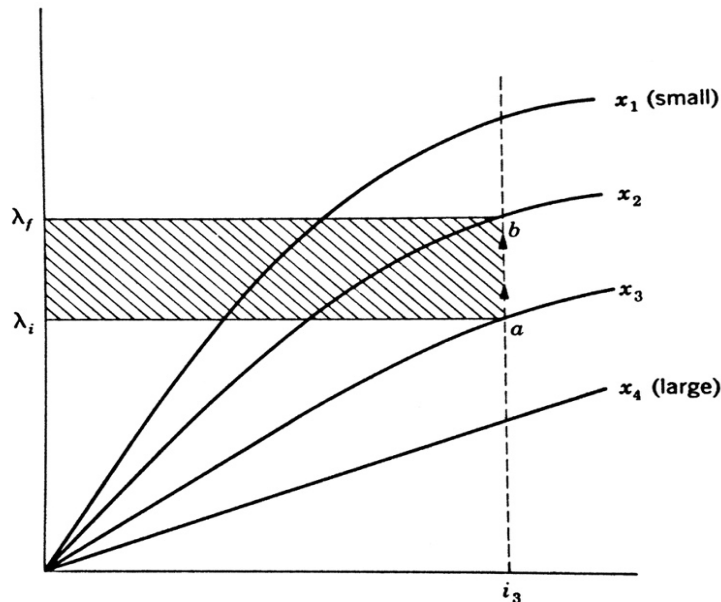


Figura 1.14

La figura anterior es la representación típica de un dispositivo electromagnético como el representado en la figura siguiente. Note que cuando más crece el entrehierro más cerca de la linealidad está la curva λ vs i .

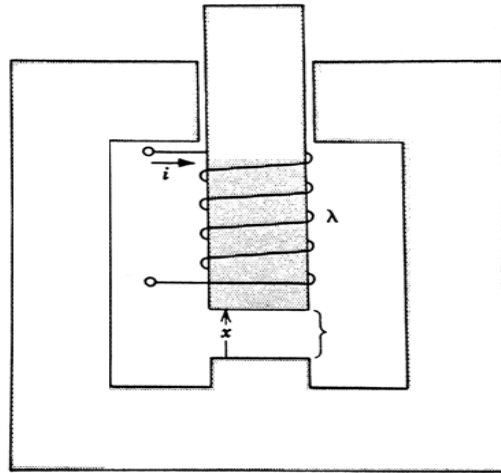


Figura 1.15

Balance de energía con corriente constante

Usemos las características de magnetización de la figura 1.14 y consideremos que la bobina está excitada con una corriente constante $i = i_3$.

Consideremos ahora el cambio de estado del sistema por el movimiento de la armadura a través de una distancia A_x , por ejemplo $x = x_3$ a $x = x_2$.

Asociado a este cambio de estado, tendremos una energía eléctrica de entrada proveniente de una batería de un voltaje muy alto y una gran resistencia en serie de tal manera que $v \approx e$ o de plano una fuente de corrientes constante ideal. Un cambio en la energía de campo almacenada y una energía mecánica de salida.

Recordemos la expresión de la energía eléctrica de entrada $e\Delta$.

Expresión que podemos modificar sustituyendo en ella la expansión de la ley de Faraday, y tendremos:

$$\Delta W_e = \int_0^t i \frac{d\lambda}{dt} dt = \int_{\lambda_i}^{\lambda_f} i(\tilde{\lambda}, \tilde{x}) d\tilde{\lambda} \quad 1.110$$

$$\Delta W_e = i_3(\lambda_f - \lambda_i) = i_3 \Delta\lambda \quad 1.111$$

La interpretación gráfica de esta expresión se puede observar en la figura 1.14. En esta figura el cambio de $x = x_3$ a $x = x_2$ y sostenida constante en $i = i_3$, aparece como la línea recta que une los puntos a y b . El cambio en los encadenamientos de flujo $\Delta\lambda$ es igual a la longitud de este segmento de línea y la energía eléctrica de entrada está representada por el área saturada. La figura 1.16 representa este mismo cambio de estado en una manera un tanto diferente, en términos de las áreas de esta figura tendremos:

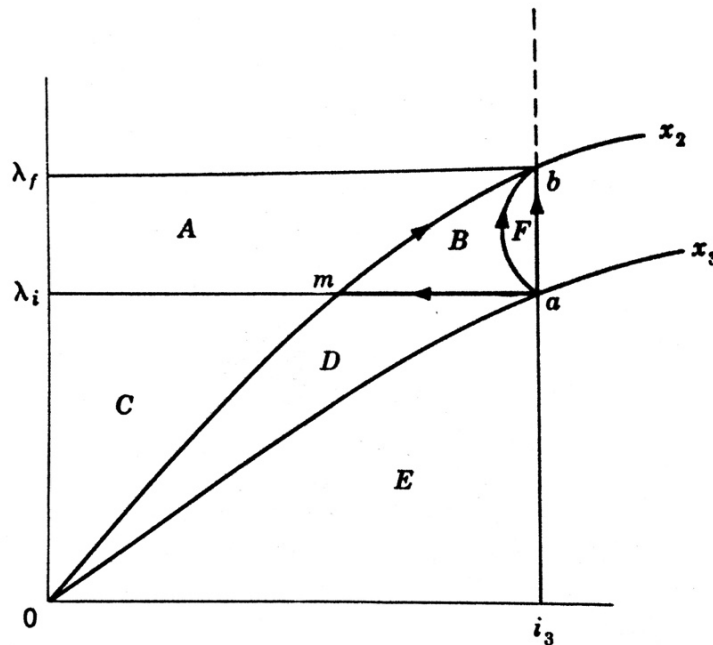


Figura 1.16

Note que la transición de $x = x_2$ a $x = x_3$ involucra un incremento en el flujo ($\Delta\lambda$ positivo), por lo tanto la energía eléctrica de entrada es positiva.



Teniendo calculada la energía eléctrica alimentada al sistema durante el cambio en la configuración mecánica, podemos restarle la porción de esta energía usada en incrementar la energía almacenada en el campo y el resto es convertido a forma mecánica.

Dividiendo esta energía mecánica por la distancia recorrida obtenemos la solución del problema de determinar la fuerza promedio ejercida sobre la armadura del dispositivo de la figura 1.15 cuando se mueve de x_3 a x_2 .

La determinación del incremento en la energía de campo se basa en la suposición de que la energía de campo es una función de estado, y

$$\Delta W_f = \text{Inc. en la energía de campo} = W_{ff} - W_{fi} \quad 1.112$$

En general W_f esta dada por la integral:

$$W_f = \int_0^\lambda i(\tilde{\lambda}, x) d\tilde{\lambda} \quad 1.113$$

Para el caso en consideración la energía de campo inicial corresponde al punto "a" en la figura 1.16 y está dada por el área $C + D$:

$$W_{fi} = C + D \quad 1.114$$

La energía correspondiente a la posición final (punto b) es igual al área $C + A$:

$$W_{ff} = C + A \quad 1.115$$

Entonces el incremento en la energía almacenada será:

$$\Delta W_f = (C + A) - (C + D) = A - D \quad 1.116$$

De la ecuación general de balance de energía se tiene:

$$\Delta W_m = \Delta W_e - \Delta W_f \quad 1.117$$

Que en términos de las áreas de la figura 1.16 nos queda:

$$\Delta W_m = (A + B + F) - (A - D) = B + F + D \quad 1.118$$

Este resultado está de acuerdo a la experiencia con dispositivos electromagnéticos de este tipo, ya que es la tendencia a cerrar el circuito magnético por parte de la armadura.

La fuerza promedio sobre la armadura durante el movimiento está dada por:

$$f_{prom} = \frac{\Delta W_m}{\Delta x} = \frac{B+D+F}{x_2-x_3} \quad 1.119$$



La cual es una cantidad negativa dado que $x_2 < x_3$. El significado de esta fuerza negativa, es simplemente que la fuerza esta en la dirección negativa de x , (en la dirección en que el entrehierro se acorta). Ya que tanto fuerza como movimiento son negativos, la energía mecánica es positiva. Nótese que en términos de la figura 1.16 el área $B + D + F$ se expresa en unidades $Wb - Amp$, en la ec. 1.119 en términos de $Nw - m$, y como energía mecánica en términos de Joules. Estas tres cantidades son dimensionalmente y numéricamente iguales.

Balance de energía con corriente variable.

Acabamos de considerar un caso especial en el que la conversión de energía se lleva a efecto manteniendo la corriente constante. En dispositivos prácticos esto normalmente no sucede. La razón es que los sistemas (como relevadores o electromagnéticos) normalmente son excitados por baterías o por generadores de corriente alterna.

Las fuentes de corriente constante normalmente no se usan en sistemas físicos.

Consideremos ahora un caso con algo de menos restricciones en el que la batería que alimenta al dispositivo de la figura 1.15 y la bobina, no tienen una resistencia intencionalmente grandes. En este caso la corriente en la bobina está determinada tanto por la resistencia de la bobina como por el voltaje inducido en ella y puede determinarse de la ecuación diferencial:

$$Ri + \frac{d\lambda}{dt} = V \quad 1.120$$

Donde V es el voltaje de la batería.

Al resolver esta ecuación debemos reconocer que λ depende tanto de i como de x .

Observemos que para el mismo cambio de estado (de x_3 a x_2) los encadenamientos de flujo λ se incrementan provocando (según la ley de Faraday) un voltaje inducido (fem) positivo y una reducción en la corriente (de acuerdo con la ecuación 1.120). Así en lugar de seguir la trayectoria vertical para ir de "a" hasta "b", la corriente sufre una reducción durante el movimiento. En el punto final del intervalo la corriente es nuevamente $i = i_3$, porque en este punto λ se mantiene en un valor constante y la corriente está dada simplemente por la ley de Ohm. Si la ecuación de balance de energía para el sistema sin la restricción de mantener corriente constante, obtenemos:

$$\Delta W_e = \int_{\lambda_i}^{\lambda_f} i(\tilde{\lambda}, \tilde{x}) d\tilde{\lambda} = A + B \quad 1.121$$

$$\Delta W_f = W_{f_f} - W_{f_i} = (A + C) - (C + D) = A - D \quad 1.122$$



$$\Delta W_m = \Delta W_e - \Delta W_f = (A + B) - (A - D) = B + D \quad 1.123$$

Donde estas áreas están nuevamente representadas en la figura 1.16.

Comparando este resultado con el obtenido para corriente constante puede verse que la energía eléctrica se ve reducida por un valor F y correspondientemente la energía mecánica se ve reducida por esta misma cantidad. La fuerza promedio entonces es menor que antes. Físicamente, esta reducción en la fuerza es el resultado de la reducción de la corriente durante el movimiento.

Balance de energía con encadenamientos de flujo constantes

Esta situación se puede aproximar en un sistema en el cual la resistencia del circuito y el voltaje aplicado son pequeños y por lo tanto el voltaje inducido es también pequeño. Un rápido movimiento de la armadura es acompañado de una sustancial reducción en la corriente y un valor de los encadenamientos de flujo aproximadamente constante. Este fenómeno es un resultado directo de la incapacidad del circuito de soportar un voltaje inducido digno de tomarse en cuenta. Un pequeñísimo cambio en los encadenamientos de flujo provoca una gran corriente inducida, la cual de la Ley Lenz, se opone a un cambio mayor en los encadenamientos de flujo. El caso extremo, lo tendríamos cuando la resistencia es cero (cortocircuito), en esta situación los encadenamientos de flujo son verdaderamente constantes.

Si excitamos el sistema de la figura 1.15, con un voltaje suficientemente pequeño y la resistencia también es muy pequeña, el cambio de estado tendrá lugar a través de la trayectoria $a - m - b$ de la figura 1.16. Durante la porción $a - m$ de la trayectoria la armadura se estará moviendo pero los encadenamientos permanecerán constantes. En el punto "m" la armadura ha completado su movimiento y está nuevamente en reposo. La transición de "m" a "b" ocurre con una configuración mecánica fija y será un proceso relativamente lento debido a la pequeña resistencia del circuito. Dado que no hay movimiento en esta última parte de la transición, la energía mecánica involucrada será cero y la energía eléctrica de entrada será utilizada totalmente en incrementar la energía almacenada en el campo. En términos de las áreas de la figura 1.16, tendremos para la transición de "m" a "b":

$$\Delta W_m = 0 \quad 1.124$$

$$\Delta W_f = W_{ff} - W_{fi} = (A + C) - C = A \quad 1.125$$

$$\Delta W_e = A = \Delta W_f \quad 1.126$$



A lo largo de la primera parte de la transición no hay energía eléctrica de entrada, dado que los encadenamientos de flujo son constantes. La energía mecánica es entonces obtenida estrictamente a expensas de la energía almacenada en el campo. Una vez más en términos de las áreas de la figura 1.16 tenemos:

$$\Delta W_e = 0 \quad 1.127$$

$$\Delta W_f = W_{ff} - W_{fi} = C - (C + D) = -D \quad 1.128$$

$$\Delta W_m = \Delta W_e - \Delta W_f = 0 - (-D) = D \quad 1.129$$

Note que la fuerza promedio se reduce en la fracción $D/(B + D + F)$ de la fuerza del caso en que se consideraba corriente constante.

Balance de energía durante una transición arbitraria.

En la figura 1.17 se representa una situación en la cual un cambio arbitrario en el estado se lleva a cabo. En este caso las tres variables del sistema están cambiando, así tenemos:

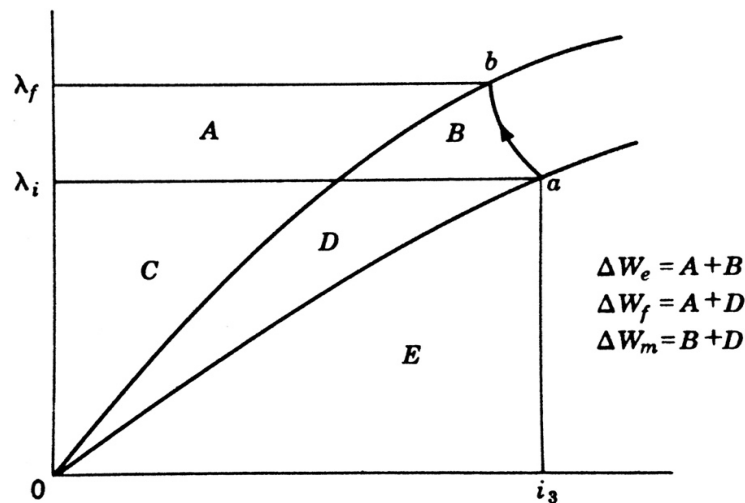


Figura.1.17

$$\Delta W_e = \int_{\lambda_i}^{\lambda_f} i(\tilde{\lambda}, \tilde{x}) d\tilde{\lambda} = A + B \quad 1.130 \quad \lambda \text{ y } x \text{ est\u00e1n variando}$$

$$W_{ff} = \int_0^{\lambda_f} i(\tilde{\lambda}, x) d\tilde{\lambda} = A + C \quad 1.131$$

λ Varia mientras x se mantiene fija



$$W_{fi} = \int_0^{\lambda_i} i(\tilde{\lambda}, x) d\tilde{\lambda} = C + D \quad 1.132$$

$$\Delta W_f = W_{ff} - W_{fi} = (A + C) - (C + D) = A - D \quad 1.133$$

$$\Delta W_m = \Delta W_e - \Delta W_f = (A + B) - (A - D) = B + D \quad 1.134$$

Como en los casos anteriores la energía mecánica está representada directamente por el área en el plano $\lambda - i$ limitada por las curvas de magnetización inicial y final, la trayectoria $\lambda - i$ seguida durante la transición.

Ecuaciones de fuerza

Una vez obtenido un incremento en la energía mecánica, se puede obtener la fuerza promedio de la ecuación:

$$f_{prom} = \frac{\Delta W_m}{\Delta x} \quad 1.135$$

Para el caso de encadenamientos de flujo constantes la energía eléctrica de entrada es cero y entonces podemos expresar la fuerza promedio en función de la energía almacenada en el campo.

$$\Delta W_m = \Delta W_e - \Delta W_f = -\Delta \quad 1.136 \quad (\text{con } \lambda = \text{cero})$$

$$\text{Y por lo tanto} \quad f_{prom} = -\frac{\Delta W_f}{\Delta x} \quad 1.137 \quad (\text{con } \lambda = \text{cero})$$

Para el caso de corriente constante tendremos:

$$f_{prom} = \frac{\Delta W_e - \Delta W_f}{\Delta x} \quad 1.137$$

Regresemos a la figura 1.16 y veamos si podemos encontrar una expresión más simple para la ecuación 1.137. Con la corriente constante, la energía mecánica asociada durante la transición $a - b$ nos ha resultado:

$$\Delta W_m = B + D + F \quad 1.138$$

Examinando la figura 1.16 podemos ver que esta energía es la diferencia de las áreas bajo las curvas final e inicial de magnetización. Estas áreas son utilizadas en el análisis del comportamiento de sistemas y se conoce con el nombre de "COENERGÍA".

Análogamente a lo integral que define a la energía de campo, la coenergía para cualquier valor dado de "i" está dado por:

$$W_{co} = \int_0^i \lambda(\tilde{i}, x) d\tilde{i} \quad 1.139$$

Y la relación entre coenergía y energía de campo es:

$$W_f + W_{co} = \lambda i \quad 1.140$$

Y se representa como se muestra en la figura 1.18.

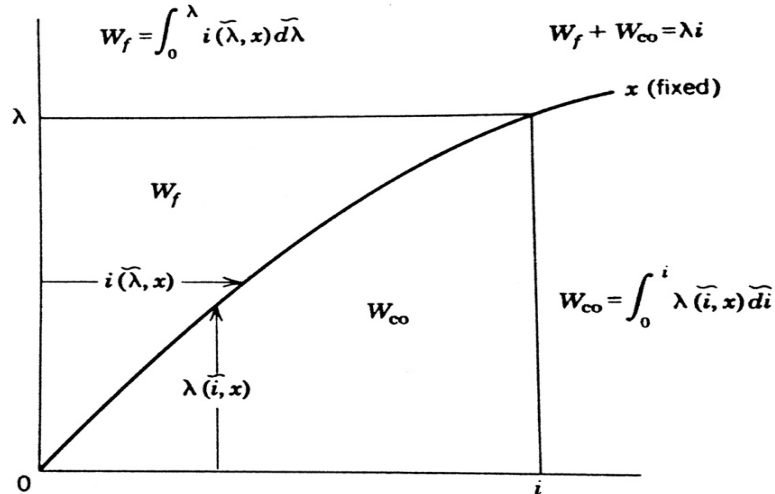


Fig.1.18

En términos de la coenergía, la energía mecánica bajo la condición de corriente constante es simplemente:

$$\Delta W_m = \Delta W_{co} = W_{co_f} - W_{co_i} \quad (\text{con } i = \text{ete}) \quad 1.141$$

De la figura 1.141 tenemos:

$$W_{co_f} = B + D + F + E \quad 1.142$$

$$W_{co_i} = E \quad 1.143$$

$$\text{Por lo tanto, } \Delta W_{co} = (B + D + F + E) - E = B + D + F \quad 1.144$$

La fuerza mecánica promedio bajo la condición de corriente constante es entonces:

$$f_{prom} = \frac{\Delta W_{co}}{\Delta x} \quad (\text{con } i = \text{ete}) \quad 1.145$$

¿Qué pasaría si permitiéramos que Δx sea más y más pequeño? En el límite cuando Δx tiende a cero las ecuaciones 1.135 y 1.144 deben dar el mismo resultado y la ecuación de la fuerza en el límite será:



$$f = -\frac{dW_f}{dx} \quad (\text{con } \lambda = \text{ete})$$

$$\text{Y } f = \frac{dw_{co}}{dx} \quad (\text{con } i = \text{ete})$$

Y estas dos ecuaciones dan el mismo resultado de la fuerza instantánea en cualquier situación dada.

Ejemplo: Suponga que las curvas de magnetización del dispositivo de la figura 1.15 pueden ser aproximados por líneas rectas de acuerdo a la ecuación:

$$\lambda = 0.1 \frac{i}{x} \quad \text{wb}$$

Donde i se da en Amperes y x en centímetros. Con la bobina alimentada por una fuente de corriente constante de 2^a, la armadura se mueve de una posición inicial $x = 2\text{cm}$ a una posición final $x = 1\text{cm}$. Para esta transición:

- Dibujar las curvas correspondientes $\lambda = i$ y mostrar la trayectoria seguida durante la transición.
- Determine los valores numéricos de ΔW_f , ΔW_e Y ΔW_m .
- Evalúe la fuerza promedio durante esta transición.
- Repita a , b y c para el caso del cambio de $x = 1\text{cm}$ a $x = 2\text{cm}$ con i constante en 2^a. Note que esto es simplemente la dirección inversa del movimiento inicial. Compare el resultado con el del problema original.

SOLUCIÓN

a) Para $x = 2\text{cm}$ $-\lambda = 5i$; Para $x = 1\text{cm}$ $-\lambda = 10i$.

b) $\Delta W_e = A + B = 2(10) = 20\text{J}$; $W_{f_i} = C + D$; $W_{f_f} = C + A$;

$$\Delta W_f = W_{f_f} - W_{f_i}; \quad \Delta W_f = (C + A) - (C + D) = A - D;$$

$$A = 10(1) + \frac{1(10)}{2} = 15; \quad D = \frac{1(10)}{2} - \frac{1(5)}{2} + \frac{1(5)}{2} = 5$$

$$\Delta W_f = 15 - 5 = 10\text{J} \quad \Delta W_m = \Delta W_e - \Delta W_f = 20 - 10 = 10\text{J}$$

c) $f_{\text{prom}} = \frac{\Delta W_m}{-\Delta x} = \frac{10}{-0.01} = -1000\text{Nw}$

2. TRANSFORMADOR ELÉCTRICO

2.1. Funcionamiento del transformador.

Un transformador es un dispositivo eléctrico, sin movimiento continuo en sus partes, el cual por inducción electromagnética transfiere energía eléctrica de uno o más circuitos a otro u otros circuitos. La forma más simple de un transformador consiste en dos devanados ligados por un flujo mutuo. Las dos bobinas son montadas de tal manera que el flujo magnético producido por la corriente en una de ellas ligue a la otra bobina y viceversa, resultaría muy barato si el núcleo de los devanados fuera aire, no obstante el aire tiene un permeabilidad muy pobre por lo que los materiales usados son los conocidos como ferromagnéticos, (hierro y algunas aleaciones) básicamente el acero que como el lector sabe y lo sabe muy bien es una aleación de hierro y carbono, el cual tiene una gran permeabilidad.

Los transformadores son usados en situaciones en donde el voltaje y la corriente tengan una variación periódica, sin embargo la mayor parte de su aplicación es donde el voltaje y la corriente tienen una variación senoidal, esto es C.A.

La figura 2.1 muestra dos bobinas enrolladas en un núcleo de material ferromagnético, con un número de vueltas N_1 y N_2 respectivamente, la resistencia de los devanados se muestran concentradas en un lugar fuera de la bobina que liga al flujo.

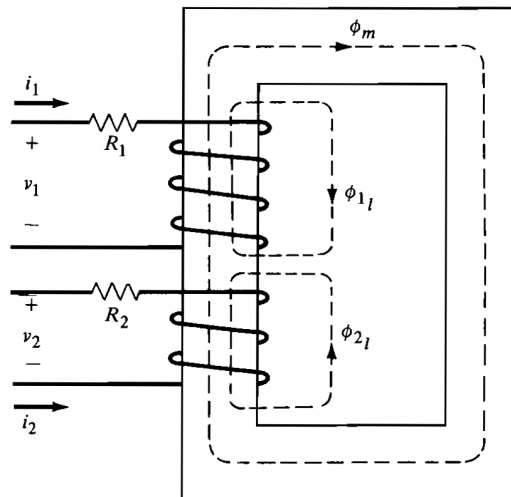


Figura 2.1



Donde ϕ_m es el flujo mutuo que enlaza a ambas bobinas, ϕ_{1l} es el flujo disperso el cual enlaza únicamente a la bobina 1 y ϕ_{2l} es el flujo disperso que liga únicamente a la bobina 2.

De acuerdo con el concepto de reluctancia, podemos escribir:

$$R_{1l} = \frac{N_1 i_1}{\phi_{1l}} \quad 2.1$$

Resolviendo para ϕ_{1l} :

$$\phi_{1l} = \frac{N_1 i_1}{R_{1l}} = N_1 i_1 P_{1l} \quad 2.2$$

Análogamente $\phi_{2l} = \frac{N_2 i_2}{R_{2l}} = N_2 i_2 P_{2l} \quad 2.3$

En general el flujo mutuo es causado por la f.m.m. neta. Podemos escribir una ecuación que involucre la f.m.m. de ambos devanados, esto es:

$$\phi_m = \frac{N_1 i_1 - N_2 i_2}{R_m} = (N_1 i_1 - N_2 i_2) P_m \quad 2.4$$

Supongamos que las terminales a y b del devanado 1 están conectados a una red de trabajo y que las terminales c y d del devanado 2 están conectados a otra red de trabajo. Las polaridades son asumidas como se muestra en la figura 2.1. Cuando el voltaje V_1 y la corriente i_1 son ambas positivas, el flujo de energía será de la red de trabajo conectada a las terminales a y b hacia el devanado 1. Cuando el voltaje V_2 y la corriente i_2 son ambos positivos, la energía fluirá del devanado 2 hacia la red de trabajo conectada a las terminales c y d . Esto ocurre cuando uno de los devanados es conectado a una red activa y el otro a una red pasiva. Note que el acoplamiento de ambas redes es únicamente por medio del flujo mutuo ϕ_m (estas están aisladas eléctricamente).

Denotemos por ϕ_1 al flujo ligado por la bobina 1 como:

$$\phi_1 = \phi_m + \phi_{1l} \quad 2.5$$

Luego el voltaje inducido en el devanado 1 debido a la variación del flujo esta dado de acuerdo a la ley de Faraday por:

$$V_{gd} = \frac{d\lambda_1}{dt} = N_1 \frac{d\phi_1}{dt} = N_1 \frac{d}{dt} (\phi_m + \phi_{1l}) \quad 2.6$$

Denotemos por ϕ_2 al flujo total ligado por el devanado 2, esto es:

$$\phi_2 = \phi_m - \phi_{2l} \quad 2.7$$

El voltaje inducido en el devanado 2 debido a la variación del flujo esta dado de acuerdo a la ley de Faraday por:

$$V_{hd} = \frac{d\lambda_2}{dt} = N_2 \frac{d\phi_2}{dt} = N_2 \frac{d}{dt} (\phi_m - \phi_{2l}) \quad 2.8$$



Aplicando la ley de voltajes de Kirchhoff podemos escribir:

$$V_1 - i_1 R_1 = N_1 \frac{d\phi_1}{dt} = N_1 \frac{d}{dt} (\phi_{1l} + \phi_m) \quad 2.9$$

$$V_2 + i_2 R_2 = N_2 \frac{d\phi_2}{dt} = N_2 \frac{d}{dt} (\phi_m - \phi_{2l}) \quad 2.10$$

Importancia de los transformadores.

Los primeros sistemas de potencia fueron de C.D., pero debido a las elevadas pérdidas en las líneas por efecto Joule ($I^2 R$), las centrales generadoras debían estar muy cercanas a los lugares de consumo, (en una ciudad de no más de tres cuadras), esto constituía una enorme desventaja, con la invención del transformador, los sistemas de potencia de C.A. se volvieron ventajosos sobre los C.D. Siendo el transformador (ideal) un dispositivo que eleva o reduce el nivel de voltaje manteniendo la potencia constante, al elevar el nivel de voltaje debe reducirse el nivel de corriente y al reducirse esta en un factor de 10 se reducen las pérdidas $I^2 R$ en un factor de 100. Un ejemplo numérico mostrará el orden de las pérdidas cuando no se usa un transformador.

Consideremos una carga de 500Kw, apenas suficiente para un pequeño poblado, a un voltaje de 125v. Este pequeño sistema de potencia puede ser de C.D. o de C.A. monofásico con un factor de potencia unitario. De cualquier manera la corriente necesaria para alimentar esta carga es de:

$$I = \frac{P}{V} = \frac{500000}{125} = 4000A$$

Ahora suponga que la unidad generadora está localizada a sólo 10km de la carga. Suponiendo que se utilizan conductores de cobre de 10 cm^2 de área de sección transversal, la resistividad del cobre es de $p = 1.73 \times 10^{-8} \Omega m$. La resistencia de estos dos conductores será:

$$R = \frac{\rho l}{A} = \frac{(1.73 \times 10^{-8})(20 \times 10^3)}{10 \times 10^{-4}} = 0.346 \Omega$$

Y la potencia de pérdidas total en la línea de transmisión será:

$$P = I^2 R = (4000)^2 (0.346) = 5536 \times 10^3 W = 5536 KW$$

La cual es 11.072 veces la potencia de la carga por alimentar. El generador debe producir 6036 Kw, de los cuales 5536 se pierden en el camino hacia la carga. Se usa el término pérdida aun cuando sabemos que la energía no se crea ni se destruye (de acuerdo con la ley de la conservación de la energía), debido a que la potencia de pérdidas se convierte en



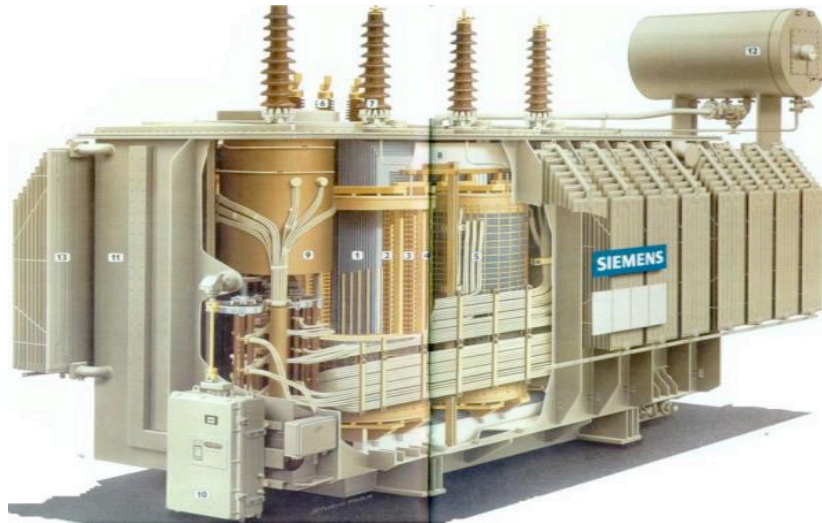
calor y dado que no deseamos tener un horno en el camino hacia la carga se considera a esta energía como pérdidas.

¿Cuál sería la magnitud de las pérdidas si se instala en el lugar de envío un transformador elevador con relación de transformación $125/34500v$ y en el extremo receptor un transformador con relación $34500/125v$?

2.2. Partes del Transformador

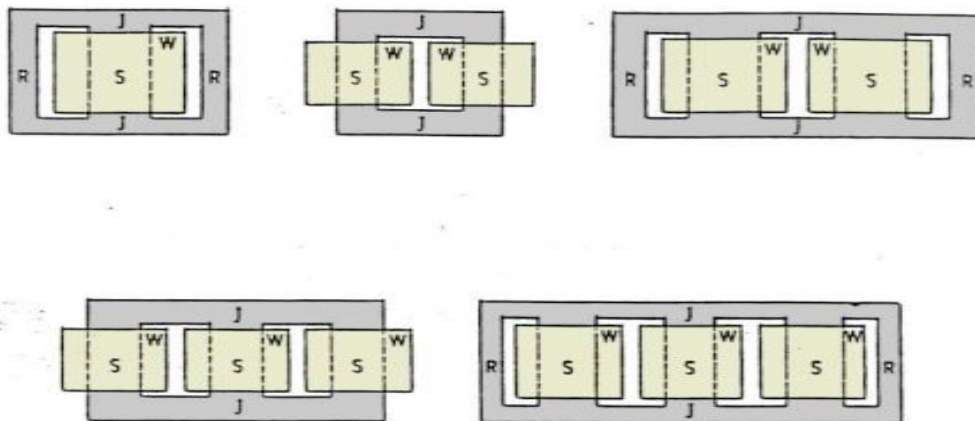
Parte Activa:

- Núcleo
- Devanados: Baja Tensión - BT Alta Tensión - AT
- Estructura mecánica de prensado
- Conmutador
- Conexiones de AT y BT
- Tanque
- Accesorios
- Dispositivos de protección y control



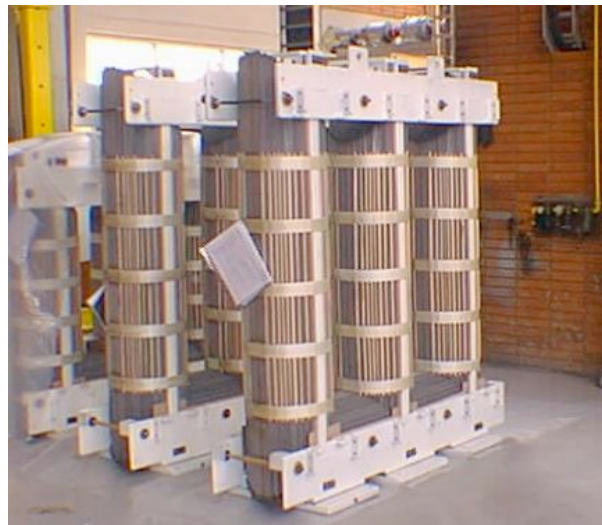
Parte Activa:

Constituye la parte esencial del transformador, está constituida por el circuito magnético (núcleo) y el circuito eléctrico (devanados) más las conexiones.



Ejemplo de diferentes tipos de núcleos y bobinas

Parte Activa:



Núcleo

- La función principal del núcleo del transformador es conducir el flujo magnético inducido por las corrientes eléctricas de los conductores de los bobinados.
- Está hecho de láminas de acero al silicio y permite la conexión magnética entre los bobinados proporcionándoles también soporte mecánico.

Bobinas

Los bobinados de un transformador deben ser diseñados con el siguiente criterio:

Debe ser capaz de soportar corriente a plena carga constante dentro de la elevación de temperatura garantizada.

Debe tener capacidades de sobrecarga de acuerdo con los estándares establecidos.

Los puntos calientes de los bobinados deben estar dentro de los límites estándares establecidos.

Deben soportar continuamente la sobretensión especificada máxima.

Deben soportar las fuerzas mecánicas generadas cuando el transformador enfrente cortocircuitos.

El arreglo de los bobinados debe ser compatible con los requerimientos de impedancia.

El voltaje debe ser transformado con la tolerancia de los estándares establecidos.

Cambiador

Función del cambiador: Regula las tensiones del Transformador, para mantener una tensión de salida constante.



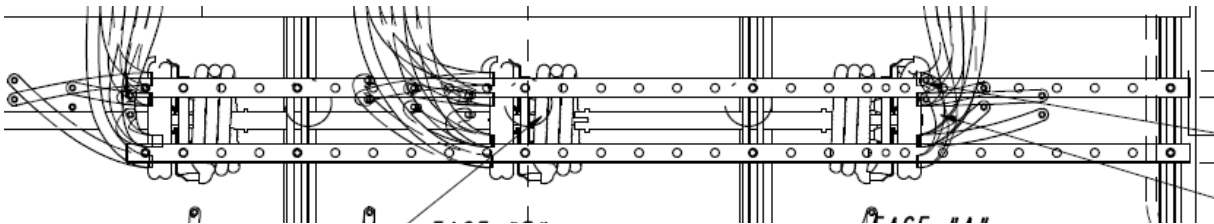
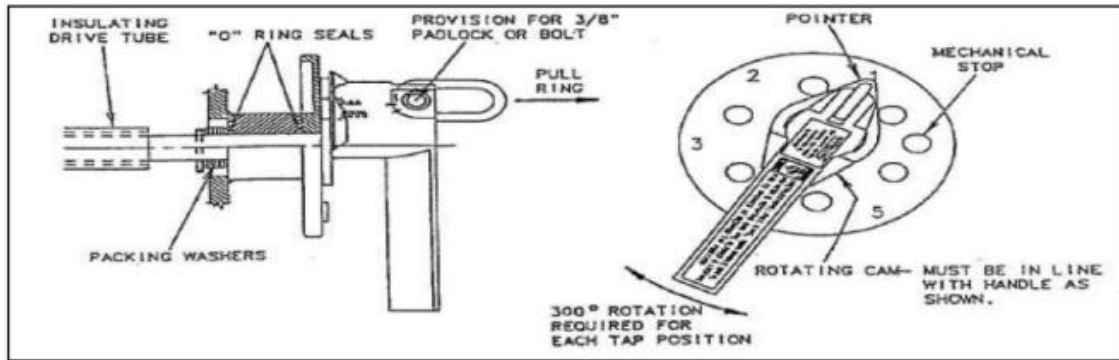
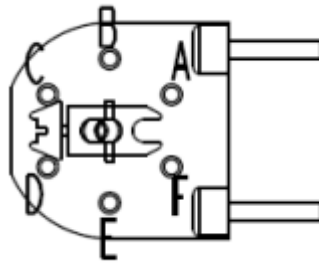
Cambiador

- SIN CARGA
¡¡¡PRECAUCIÓN!!!
- El cambio de posiciones se realiza a través de un accionamiento manual.
- Para esto se requiere desenergizar el transformador.
Tipo vertical con accionamiento en las caras del tanque o en la tapa

A continuación se muestra físicamente las conexiones de un cambiador de tap:



Cambiador de tap.



Accesorios externos

En el exterior el transformador lleva componentes que complementan su Funcionamiento y la cantidad dependerá de las especificaciones del cliente para el uso particular a que se destine, estos incluyen:

- Radiadores
- Tanque conservador
- Soporteria
- Boquillas
- Apartarrayos
- Gabinete de control
- Instrumentos

2.3. Diferentes tipos de transformadores y sus aplicaciones



Transformadores tipo Poste, ya sea monofásico o trifásico



Transformadores tipo pedestal, para exteriores



Transformadores sumergibles instalados en bóvedas bajo tierra y operan satisfactoriamente en caso de una inmersión incidental hasta por 8 horas.



Transformadores de Distribución para subestaciones: Diseñados para cumplir con los requerimientos de subestaciones abiertas o instalaciones internas, adecuados para todo tipo de industrias como: petróleo y gas, minería, acero, manufacturas, entre otras.



Transformadores de mediana potencia

Los transformadores de mediana potencia están diseñados para usarse en subestaciones que usualmente requieren reducir el voltaje para la distribución local, con rangos que coincidan con voltajes comunes de trasmisión y subtrasmisión como 138 *kV*.



Transformadores de potencia

Cuando existe la necesidad de transformar altos niveles de potencia a voltajes mayores, o donde aplicaciones especiales requieran elevar o bajar voltajes, los transformadores de gran potencia son la mejor opción.



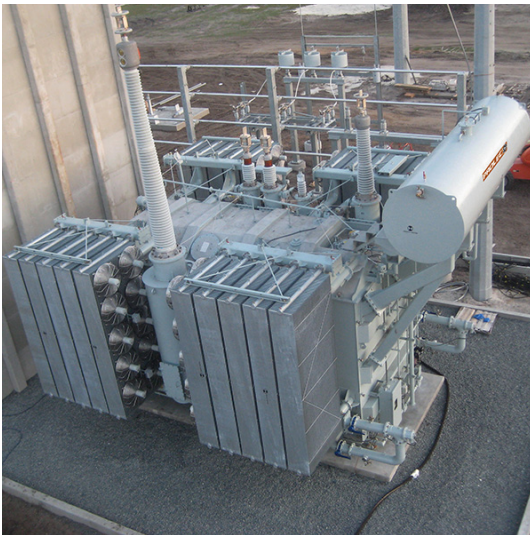
Elevador de generación: Los transformadores elevadores son utilizados mundialmente para elevar los voltajes provenientes de plantas de generación de energía, incluyendo térmicas, nucleares e hidroeléctricas.



Transformadores colectores de generación: Cuando de Sistemas de Generación Renovable se trata, ya sea de Viento o Solar, la configuración típica radial de estos sistemas requiere un diseño de bus "Colector". La energía concentrada en este bus es transferida a la red eléctrica a través de un Transformador Colector de Generación a un nivel de voltaje de transmisión típico.



Reactores: Los Reactores Shunt son la manera más compacta y eficiente de compensar la generación capacitiva en largas líneas de transmisión. Estos son colocados permanentemente en servicio para estabilizar la transmisión de energía o cambiarla en condiciones de carga ligera.



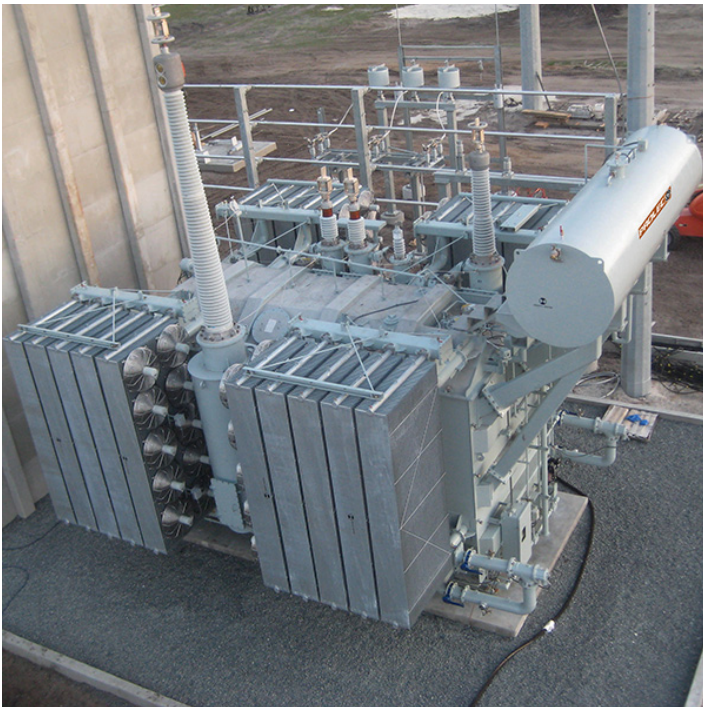
Autotransformador: Las redes de transmisión de alto voltaje requieren transmitir grandes cargas de energía eléctrica desde las plantas generadoras hacia las subestaciones de distribución. Para dichas aplicaciones, los autotransformadores pueden utilizarse efectivamente para bajar o elevar diferentes voltajes a través de los sistemas de interconexión.

Aplicación

Generación: La generación es el primer paso en el suministro de energía eléctrica. Hay muchas fuentes de generación de energía como la térmica, nuclear, hidroeléctrica, solar, eólica, entre otras. Dichas fuentes necesitan elevar sus voltajes relativamente bajos de generación hacia niveles adecuados para la transmisión de energía a través de la red eléctrica.



Transmisión: La transmisión es la transferencia de energía eléctrica, desde las plantas generadoras de energía hasta las subestaciones ubicadas cerca de los centros de población. Cuando las líneas de transmisión, se interconectan entre sí, se convierten en redes de transmisión de alta tensión.





Distribución: La red de distribución tiene la función de transportar la electricidad desde las líneas de transmisión hasta los consumidores finales. Con nuestros transformadores de distribución, contribuimos a la distribución de energía eléctrica de manera oportuna y eficiente.

2.4 Transformador Ideal.

El propósito de un transformador es permitir que diferentes partes de un sistema de potencia operen a diferentes voltajes. Así un transformador puede interponerse entre un generador y una línea de transmisión, entre una red de distribución y una carga, así podemos reducir o elevar el nivel de voltaje.

No consume ni almacena energías, esto implica que la potencia de entrada sea igual a la potencia de salida en cualquier instante. Refiriéndonos a la figura 2.18, podemos escribir lo anterior con la ecuación.

$$V_1 I_1 = V_2 I_2 \quad (2.11)$$

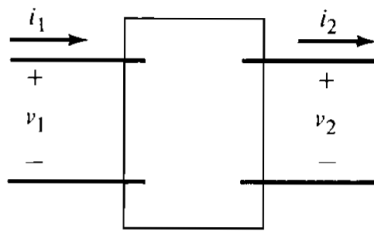


Figura 2.18

Dado que la finalidad de un transformador es tener una relación de voltaje constante, esto implica que:

$$\frac{V_1}{V_2} = a \quad (2.12) \quad \text{e} \quad \frac{I_1}{I_2} = \frac{1}{a} \quad (2.13)$$

Donde “ a ” es una constante llamada “relación de transformación”.

Al dispositivo que cumple con las ecuaciones en 2.12 y 2.13 es llamado transformador ideal.

Como habrá advertido el lector, no es posible construir un dispositivo ideal (en este caso me transformador), pero es posible considerando ideal para entender lo que esto implica.

Considere un núcleo de material ferromagnético con dos bobinas enrolladas en él, como se muestra en la figura 2.2. Designemos con N_1 y N_2 , sus respectivos números de vueltas.

Consideramos que ϕ es el flujo en el núcleo.

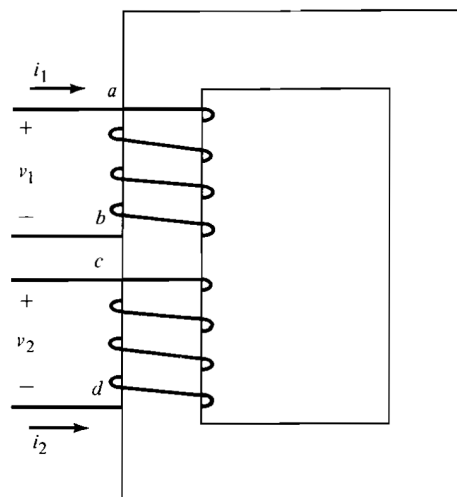


Figura 2.19



Entonces de acuerdo a la ley de Faraday, los voltajes inducidos en las bobinas serán.

$$v_1 = N_1 \frac{d\phi}{dt} \quad (2.14) \quad \text{y} \quad v_2 = N_2 \frac{d\phi}{dt} \quad (2.15)$$

Dividiendo la ecuación 2.14 entre la ecuación 2.15 obtendremos la ya conocida relación de transformación.

$$\frac{V_1}{V_2} = a = \frac{N_1}{N_2} \quad (2.16)$$

Pero el estudio de circuitos magnéticos, y de acuerdo a las direcciones de las corrientes en las figuras. 2.1 y 2.2.

$$\mathcal{F} = FMM = N_1 i_1 - N_2 i_2 \quad (2-17)$$

Note que la ecuación (2.13) puede ser satisfecha sólo si $\mathcal{F} = \emptyset \mathcal{R}$, y sin duda el flujo no puede ser cero para cualquier tiempo, porque si así fuera el voltaje inducido sería siempre cero. La única conclusión posible es que un transformador ideal debe tener un núcleo con reluctancia cero es decir con permeancia infinita.

Ahora podemos explicar el principio de operación de un transformador. Conectamos la bobina 1 (la llamaremos primario) a una fuente de voltaje que establece el flujo en el núcleo, en concordancia con la ecuación 2.4 y así el voltaje inducido a la bobina 2 (el secundario), en concordancia con la ecuación 2.5.

Si no conectamos nada en las terminales del devanado secundario (circuito abierto), la corriente en el devanado primario conectado a una fuente ideal de voltaje es cero, debido a que esta fuente está conectada a una inductancia infinita. Pero cuando una carga está conectada a las terminales del devanado secundario, la corriente en este devanado producirá un flujo infinito en el núcleo, si este no fuera contrarrestado por una corriente en el devanado primario, satisfaciendo la relación de corriente ideal. Como resultado puede ser transferida potencia de la fuente a la carga a través de los circuitos que no están conectados eléctricamente.

En corriente alterna la polaridad es hasta cierto punto irrelevante dado que esta cambia constantemente, entonces ¿porque señalar?, bueno el significado es que cuando la terminal "a" es (+) la terminal "c" también lo es (fig. 2.2). En virtud de que la polaridad cambia de acuerdo a la frecuencia, entonces se estila prescindir de los signos + y -, en lugar de ello se coloca una marca que puede ser un punto (•) o un asterisco (*), (es más común el punto).

La figura 2.20 se representa esquemáticamente de manera más simple, sin perder información como se muestra en la figura 2.19.

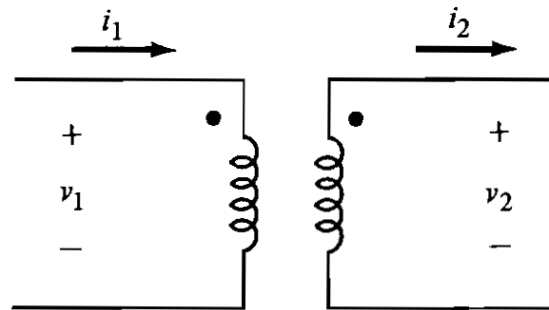


Figura 2.20

2.5 Normas y especificaciones en el cuidado del medio ambiente.

El aceite mineral como material aislante en transformadores ha sido utilizado por más de 150 años. La aplicación de aceite mineral en equipos de potencia puede ser potencialmente peligroso para el medio ambiente, especialmente cuando hay algún incidente durante el tiempo de operación de la máquina, como por ejemplo una explosión del transformador, lo cual puede provocar el derrame de aceite al suelo y en corrientes de agua. En Estados Unidos, el primer transformador de distribución fue construido en 1885. Fue un diseño de tipo en seco, utilizando aire como fluido dieléctrico refrigerante. Aunque la idea de usar aceite mineral en transformadores como medio aislante y de refrigeración fue patentada por el profesor Elihu Thomson en 1882. En 1892, General Electric fabricó el primer transformador sumergido en aceite mineral. Para entonces, la atención industrial se enfocó en determinar las propiedades ideales del aceite mineral para su aplicación como fluido dieléctrico. Las propiedades más significativas fueron identificadas, y para 1899 al menos una refinería de aceite mineral comenzó a producir una línea de aceite mineral especialmente diseñado para transformadores.

Los experimentos para el uso de fluidos a base de ésteres naturales (aceites vegetales) como dieléctricos refrigerantes comenzaron más o menos al mismo tiempo que las primeras pruebas para el uso de aceite mineral. Casi todos los fluidos no inflamables usados en transformadores pertenecen a un grupo químico conocido como “hidrocarburos halogenados”, típicamente con cloro y flúor. Uno de esos fluidos dieléctricos a base de hidrocarburos halogenados fue conocido como Askarel.

La comercialización de transformadores rellenos de Askarel como fluido aislante comenzó en la década de 1930, sin embargo en 1976 la Ley de Control de Sustancias Tóxicas (Toxic Substance Control Act) señaló y prohibió en uso de los PCB's (bifenilospoliclorados), principal componente del Askarel. A partir de entonces algunos fabricantes de transformadores y empresas de servicios para el llenado de transformadores con líquidos aislantes, promovieron en uso de otros refrigerantes dieléctricos no-flamables libres de PCB's.



Hoy en día no sólo el rendimiento y su costo son los principales criterios de selección para un líquido aislante en un transformador, sino que su comportamiento hacia el medio ambiente se ha convertido también en parte del análisis. Los fluidos a base de ésteres sintéticos han sido usados como sustitutos de los PCB's en compactos transformadores de tracción ferroviaria desde 1984, lo cual significó el primer uso práctico que se le dio a este tipo de líquidos aislantes en Estados Unidos. Los índices de falla de los transformadores de tracción disminuyeron significativamente desde que se reemplazó al Askarel con ésteres sintéticos. Los ésteres sintéticos de polioles fueron seleccionados para la sustitución del Askarel en transformadores debido a su favorable relación de viscosidad y punto de combustión, además de sus excelentes propiedades dieléctricas y ambientales. Son parte de la misma familia de ésteres usados por décadas como lubricantes en los motores de distintos tipos de aeronaves. La aceptación en el mercado de los ésteres sintéticos ha sido limitada únicamente a aplicaciones especiales, en primera instancia debido a su alto costo comparado con otros líquidos dieléctricos.

En la actualidad existen varios tipos de fluidos dieléctricos biodegradables, tanto de origen natural como sintético, provenientes de diferentes fabricantes. Algunos de los ejemplares más conocidos son: Envirotemp FR3, MIDEL 7131, Biotrans 1000, Biotemp Coconut Oil, ECO Fluid y BioVolt.

Desde la década de los 80's del siglo XX, inició la preocupación por el cuidado del medio ambiente y la Ingeniería Eléctrica no fue la excepción, particularmente en la construcción de los transformadores eléctricos.

Los materiales utilizados en la construcción de transformadores son la totalidad de ellos reciclables, sin embargo se debe prestar atención en este proceso podría convertirse en una fuente de contaminación. De los materiales utilizados en la construcción de transformadores, el aceite mineral, utilizado desde hace más de 150 años, es el material al que mayor cuidado se les debe tener pues un derrame de este sobre la tierra provocaría una contaminación que tendrían décadas en regenerarse.

MÉTODOS DE PRUEBA APLICABLES A SEGURIDAD

- Para las pruebas de preservación del líquido aislante, los transformadores de distribución deberán cumplir con lo establecido en los capítulos 11 relativos a la "prueba de hermeticidad" de la norma mexicana NMX-J-169- ANCE-2004.
- Para las pruebas de corto circuito, los transformadores de distribución deberán cumplir con lo establecido en el capítulo 17 relativo a "pruebas de corto circuito de la norma mexicana MNX-J-169-ANCE-2004.



CLAVE O CODIGO	TITULO DE LA NORMA
NMX-J-123-ANCE-2008	ACEITES MINERALES AISLANTES PARA TRANSFORMADORES-ESPECIFICACIONES, MUESTREO Y METODOS DE PRUEBA (CANCELA A LA NMX-J-123-ANCE-2005).
<p style="text-align: center;">Campo de aplicación</p> <p>Esta Norma Mexicana establece las especificaciones que los aceites minerales aislantes, que se obtienen de la destilación y refinación del petróleo crudo, deben satisfacer; así como los procedimientos de muestreo y los métodos de prueba para comprobar que se cumple con dichas especificaciones. Estos aceites se emplean principalmente en transformadores. Las especificaciones que aquí se contienen se aplican sólo a aceites nuevos, con y sin aditivos, tal como se reciben del proveedor y antes de cualquier proceso de reacondicionamiento.</p>	
<p style="text-align: center;">Concordancia con normas internacionales</p> <p>Para la elaboración de esta Norma Mexicana se tomaron como base las Normas Internacionales IEC 60296 (1982-01), IEC 60814 (1997-08), IEC 60666 (2003-11), IEC 61619 (1997-04), IEC 61125 (1992-08), IEC 62021-2 (2207-05), ISO 3016 (1994), ISO 3104 (1994), ISO 3675 (1998) e ISO 15596 (2007), las cuales se indican en el capítulo de bibliografía de la presente Norma Mexicana.</p> <p>Cabe señalar que esta Norma Mexicana no es una adopción de las Normas Internacionales que se mencionaron anteriormente, debido a que esta Norma Mexicana concentra las especificaciones y los métodos de prueba aplicables al producto objeto de la misma, mientras que en la normativa internacional las especificaciones y los métodos de prueba se encuentran en diferentes documentos y en algunos casos no existe una Norma Internacional que pueda utilizarse para corroborar el cumplimiento de las especificaciones.</p> <p>Esta Norma Mexicana difiere de la normativa internacional por lo siguiente:</p> <ol style="list-style-type: none">a) Esta Norma Mexicana considera las características que deben cumplir los aceites minerales aislantes que se utilizan en transformadores, mientras que el objetivo de la normativa internacional es evaluar las características de estos líquidos que se utilizan también en los equipos de desconexión.b) La especificación de viscosidad a -60°C, que indica la Norma Internacional IEC 60296, no se considera en la presente norma ya que esta especificación es para equipos de desconexión, y con respecto a la especificación a -40°C en la presente Norma depende del tipo y base del líquido aislantec) Respecto a la apariencia visual, en la normativa internacional no se indica el método de prueba para determinar el cumplimiento de la especificación, por lo que la Norma Internacional resulta ineficaz para la evaluación del cumplimiento de la misma; mientras que en la presente Norma se indica el método de prueba.d) En la Norma Internacional IEC 60296 no se consideran especificaciones para la determinación de la tensión interfacial; que es una característica que se considera su evaluación en la presente dado que es un parámetro que indica la calidad del líquido	



- aislante.
- e) No existe una Norma Internacional en la que se indique un método para evaluar el contenido de azufre corrosivo que se especifica en la propia normativa internacional, por lo que en la presente se especifica un método para determinar el cumplimiento de la especificación.
 - f) El contenido de furfural y el contenido de PCA son características que no se contemplan en la presente Norma Mexicana, ya que esta evaluación proporciona información de los líquidos aislantes en servicio, los cuales no se encuentran dentro del campo de aplicación de la presente Norma Mexicana.
 - g) Esta Norma Mexicana contempla la determinación del punto de anilina, que no se considera en la Norma Internacional; ya que el tipo de aceites que se comercian en nuestro país son variables y debe evaluarse la composición química de la base con la que éstos se fabrican, lo cual influye directamente en la calidad del mismo
 - h) Para evaluar más detalladamente la calidad de las bases del líquido aislante en esta Norma se considera la cuantificación de carbonos aromáticos en la que se evalúa de manera simultánea la viscosidad y la densidad, contenidas en la normativa internacional, así como el índice de refracción que no se considera en la misma.
 - i) Esta Norma Mexicana establece la determinación de cloruros y sulfatos, lo cual asegura que no existirá corrosión futura en los equipos en servicio debido al líquido aislante.
 - j) No existe una Norma Internacional para la determinación del azufre corrosivo.
 - k) Esta Norma Mexicana establece una especificación respecto al contenido de cloruros y sulfatos, que es un requisito de seguridad para prevenir que el líquido aislante corra y deteriore los equipos en los que se encuentra, ya que esta especificación no se contempla en la normativa internacional, no se cuenta con un método de prueba para la evaluación de la misma.
 - l) El método para determinar la acidez (número de neutralización) que se indica en esta Norma Mexicana se basa en los mismos principios químicos que plantea la normativa internacional; sin embargo, la referencia que se toma para la determinación del pH difiere, pero la metodología concuerda con la que se indica en la norma IEC 62021-2; además la normativa internacional contiene una alternativa para la determinación de la acidez, que no se considera en esta Norma por su complejidad de implementación de acuerdo a la infraestructura de nuestro país.
 - m) Para la determinación del azufre total se considera el método que se plantea en la Norma Internacional ISO 14596. Este método concuerda en lo que respecta a la técnica analítica de medición, sin embargo, el intervalo de trabajo y el tratamiento de la muestra varía respecto al que se presenta en la Norma Internacional, ya que el objetivo del método de prueba de esta Norma es evaluar líquidos aislantes nuevos para transformadores, mientras que el método internacional es válido para cualquier base, independientemente de su uso o de su antigüedad.
 - n) El método del factor de disipación difiere del que se plantea en la Normativa Internacional (IEC 61620 e IEC 60247), ya que las condiciones de infraestructura de



nuestro país (como la tensión y frecuencia de suministro) así como las condiciones ambientales, a las que los líquidos aislantes se someten en operación, se contemplan en esta Norma Mexicana a través del método que se indica.

- o) El método que se indica en la presente Norma para la determinación del valor de la tensión de ruptura es un método que es útil para la determinación de esta característica en líquidos aislantes de hasta $900 \text{ mm}^2/\text{s}$, que es casi tres veces más alta de la que se plantea en la normativa internacional (la IEC 60156 indica que su método sólo es aceptable para líquidos cuya viscosidad no supere los $350 \text{ mm}^2/\text{s}$), por lo que el método que se indica en la normativa internacional resulta inadecuado para determinar el cumplimiento con la especificación correspondiente para los líquidos con viscosidad mayor que $350 \text{ mm}^2/\text{s}$.

Dadas las razones anteriores esta Norma Mexicana no es equivalente a ninguna Norma Internacional.





3.- OPERACIÓN CON CARGA Y CIRCUITOS EQUIVALENTES DEL TRANSFORMADOR.

3.1 TRANSFORMADOR REAL

Dado que la reluctancia de un transformador realmente es diferente de cero, la f.m.m. total realmente es diferente de cero. Estos valores puedan ser determinados para cualquier valor instantáneo del flujo mediante los métodos estudiados en el tema de circuitos magnéticos analizados anteriormente. Resolviendo la ecuación (2.17) para la corriente eléctrica en el devanado primario tenemos:

$$\mathcal{F} = N_1 i_1 - N_2 i_2 \quad \Rightarrow \quad i_1 = \frac{\mathcal{F}}{N_1} + \frac{N_2}{N_1} i_2 \quad 3-1$$

Consideremos la corriente i_1 como la suma de dos componentes ficticias pero significativas. El primer término de la ecuación (3.1) sería la corriente de magnetización.

$$i_m = \frac{\mathcal{F}}{N_1} \quad (3-2)$$

El segundo término sería la corriente i_1 si el transformador fuera ideal (esto es $\mathcal{F} = 0$).

$$i_1 = \frac{N_2}{N_1} i_2 \quad (3-3)$$

La corriente i_1 es llamada corriente secundaria referida al primario. Como esta terminología, la ecuación (3-1) puede ser escrita:

$$i_1 = i_m + i_2' \quad (3-4)$$

Como se vio anteriormente una corriente de magnetización, al producir un flujo variable con el tiempo, deber ser acompañada por una componente de pérdidas en el núcleo. Y esta será la segunda imperfección a ser considerada, cambiando entonces la ecuación (3-4) por:

$$i_1 = i_m + i_c + i_2' = i_\phi + i_2' \quad (3-5)$$

Entonces las dos imperfecciones, reluctancia finita y pérdida en el núcleo, hace que la relación de corriente ideal $\frac{i_1}{i_2} = \frac{1}{a}$

Sea reemplazada por ecuación (3-6):

$$\frac{i_1}{i_2'} = \frac{1}{a}$$

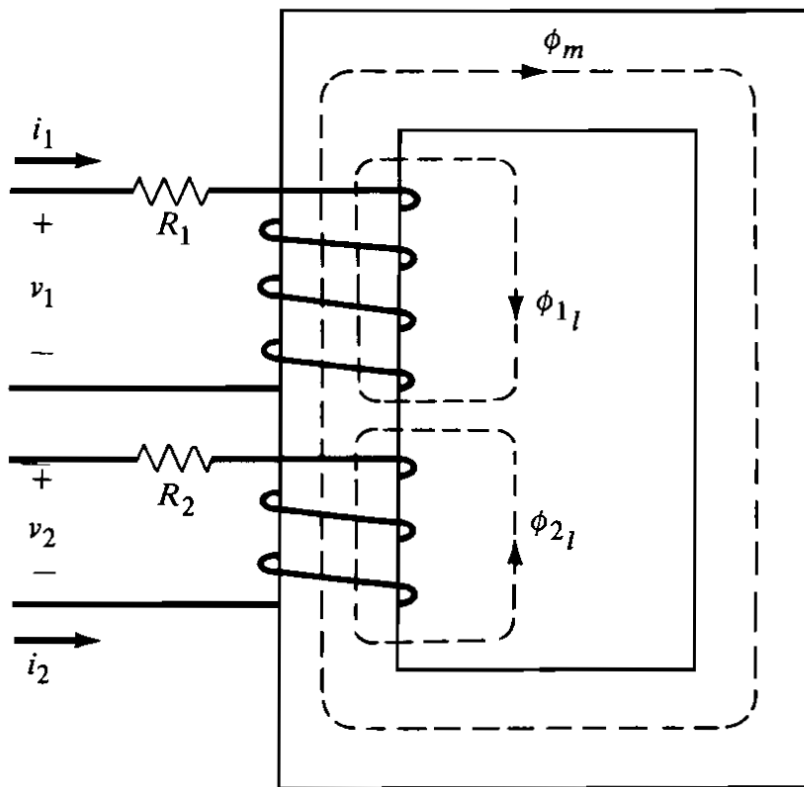
Existen otras imperfecciones que afectan la relación de voltaje. Estas son la resistencia de los devanados y el flujo disperso.

Estos efectos los podemos mostrar gráficamente, véase la figura 3.1., en la cual se muestra la resistencia de los devanados y tres distintas trayectorias de líneas de flujo magnético. El flujo principal ϕ_m , el cual se establece en el circuito magnético y liga las dos bobinas. Cada uno de los flujos dispersos $\phi_{1\ell}$ y $\phi_{2\ell}$, ligan únicamente a la corriente que los produce.

Analizando la figura 3.1 podemos determinar el flujo total que liga a cada bobina esto es:

$$\phi_1 = \phi_m + \phi_{1\ell}$$

$$(3-7) \quad \phi_2 = \phi_m - \phi_{2\ell} \quad (3-8)$$



3.1. Resistencias y flujos dispersos

Aplicando ley de voltajes de Kirchhoff en cada una de las bobinas y por supuesto la ley de Faraday:



$$V_1 = R_1 I_1 + \frac{d\phi_1}{dt} \quad (3-9)$$

$$V_2 = R_2 I_2 + N_2 \frac{d\phi_1}{dt} \quad (3-10)$$

Sustituyendo las ecuaciones (3 - 7) y (3 - 8) en las ecuaciones (3 - 9) y (3 - 10):

$$V_1 = R_1 I_1 + N_1 \frac{d\phi_1}{dt} \ell + N_1 \frac{d\phi_m}{dt} \quad (3-11)$$

$$V_2 = R_2 I_2 - N_2 \frac{d\phi_1}{dt} \ell + N_2 \frac{d\phi_m}{dt} \quad (3-12)$$

Los dos últimos términos de las ecuaciones (3 - 11) y (3 - 12) serían los voltajes en cada bobina, si no existieran las resistencias ni los flujos dispersos, los símbolos e_1 y e_2 son los que usan para representar dichos voltajes, los voltajes debido a los flujos dispersos pueden ser representados como voltajes a través de inductancias lineales $L_{1\ell}$ y $L_{2\ell}$, respectivamente, ya que gran parte de las trayectorias de los flujos dispersos están en el aire. Así las dos ecuaciones de voltaje pueden ser reescritas como:

$$V_1 = e_1 + R_1 I_1 + L_{1\ell} \frac{di_1}{dt} \quad (3-13)$$

$$V_2 = e_2 + R_2 I_2 + L_{2\ell} \frac{di_1}{dt} \quad (3-14)$$

Observe que los voltajes e_1 y e_2 , estos, los voltajes inducidos por el flujo principal, satisfacen la relación de voltaje ideal:

$$\frac{e_1}{e_2} = a \quad (3-15)$$

3.2. Diagrama Fasorial

Ecuaciones de estado estable senoidal

Todas las expresiones que son función del tiempo, sean corrientes, voltajes o cualquier otra, pueden ser transformadas a forma fasorial esto es lo que se conoce como estado estable senoidal.

Se acostumbra representar las cantidades fasoriales con negritas, (como en la libreta y en el pintarrón no es posible hacerlo, se hace con doble raya). Entonces las ecuaciones (3 - 6), Y (3 - 15) las representaremos:

$$\frac{I_2}{I_1} = \frac{1}{a} \quad (3-16)$$



$$\frac{E_1}{E_2} = a \quad (3 - 17)$$

Las ecuaciones (3 – 13) y (3 – 14) también serán expresadas en forma fasorial. Recordemos que la derivada de una función senoidal siempre adelante a la función por 90° , y que la magnitud (amplitud o valor *rms*) de la derivada es igual a la magnitud de la función original multiplicada por la frecuencia angular en radianes por segundo ω (omega mayúscula). En otras palabras, el fasor que representa la derivada es igual al fasor original multiplicado por $j\omega$. Recordemos que el producto de la frecuencia angular ω y la inductancia, es la reactancia. Entonces las ecuaciones de voltaje en forma fasorial contienen las reactancias de flujo disperso llamados x_1 y x_2 (el subíndice ℓ para indicar lo disperso es omitido pues es innecesario ya que no hay más reactancia en el contexto). Entonces las ecuaciones de voltaje serán):

$$V_1 = E_1 + R_1 I_1 + jx_1 I_1 \quad (3 - 18)$$

$$V_2 = E_2 + R_2 I_2 - jx_2 I_2 \quad (3 - 19)$$

Finalmente la ecuación de corriente (3 -5) la expresamos en forma fasorial.

La corriente de magnetización I_m está en fase con el flujo que produce ϕ_m , dado que el voltaje e , es la derivada del flujo ϕ_m , por lo que este estará atrasada por 90° respecto de ϕ_m . Similarmente la corriente por pérdidas en el núcleo I_c está en fase con e , y su valor depende de ϕ_m . Así obtenemos como resultado la ecuación:

$$I_1 = I_c + I_m + I_2' \quad (3 - 20)$$

Como las pérdidas del núcleo se disipan en forma de calor estas se pueden modelar por una resistencia o bien por su recíproco, la conductancia G_c , B_m representada el recíproco de la reactancia de magnetización.

Los fasores se representan por una línea cuya longitud depende de la magnitud del fasor en una escala convenida (si es un fasor voltaje, podemos convenir en que $1cm = 100v$ por ejemplo) y forma un ángulo con referencia una línea horizontal y medido en sentido anti horario. Una ecuación como la (3-18) y (3-19) se puede representar en un diagrama fasorial donde cada termino es un fasor y la suma se realiza haciendo coincidir el inicio de un fasor con el final del otro sumando hasta agotar todos ellos y finalmente la línea que se extiende desde el inicio del primer fasor hasta el final del último representa el resultado de la suma. La ecuación (3-18) y (3-19) se representa en forma fasorial como se muestra en las figuras 3 -2 y 3 -3 respectivamente.

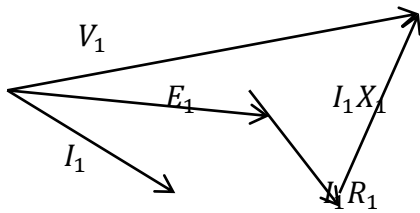


Figura 3.2

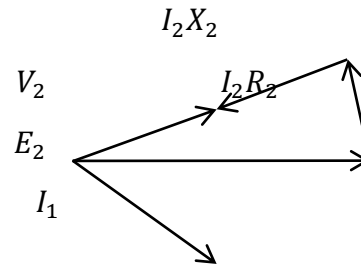


Figura 3.3

3.3. CIRCUITOS EQUIVALENTES DE UN TRANSFORMADOR

Las ecuaciones de la (3-16) y la (3-20) son una representación de las relaciones de voltaje y corriente de un transformador ideal ficticio, adicionalmente son las ecuaciones de Kirchhoff de voltaje y corriente de un transformador real.

El circuito equivalente mostrado en la figura 3-4 muestra los voltajes V_1 y V_2 así como las corrientes I_1 y I_2 reales y satisface además las ecuaciones (3-16) a (3-20).

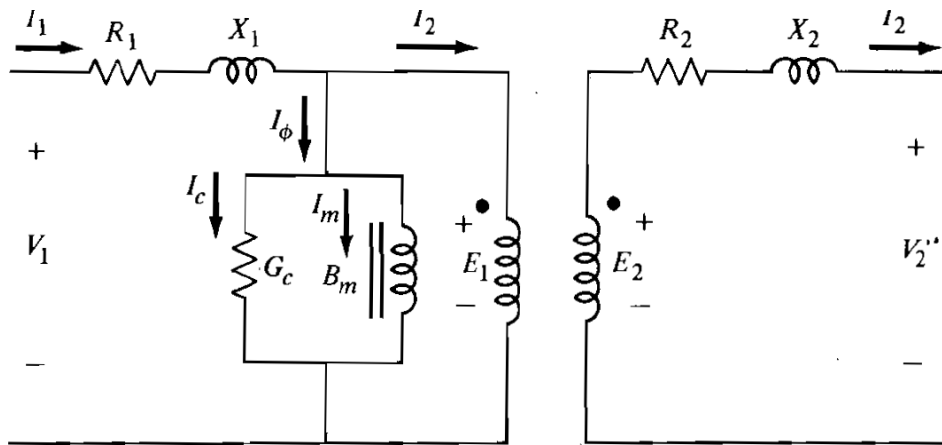


Figura 3-4 circuito equivalente básico.

Todos los elementos pasivos del circuito representan las imperfecciones del transformador. En otras palabras, si estas imperfecciones fueran cero, el circuito completo sería reducido al del transformador ideal.

Note que los elementos conectados en serie (expresados en ohm) son lo que afectan la relación de voltaje ideal, los elementos a través del voltaje E , (expresados en ohm o en siemens) son lo que afectan la relación de corriente ideal.

Las ecuaciones así como el diagrama pueden ser simplificados por el uso de elementos complejos. Así la resistencia y la reactancia debida al flujo disperso pueden ser combinadas y formar una impedancia compleja. La susceptancia de magnetización y la conductancia que representan las pérdidas del núcleo, también al combinarse forma una admitancia compleja, así tendremos:

$$R_1 + jX_1 = Z_1 \quad (3-21)$$

$$R_2 + jX_2 = Z_2 \quad (3-22)$$

$$G_c + jB_m = Y\phi_1 \quad (3-23)$$

Las ecuaciones de voltaje y corrientes se representan ahora como:

$$V_1 = E_1 + Z_1 I_1 \quad (3-24)$$

$$V_2 = E_2 - Z_2 I_2 \quad (3-25)$$

$$I_1 = I_2' + Y\phi_1 E_1 \quad (3-26)$$

Entonces el circuito equivalente quedará representado como se muestra en la figura (3.5).

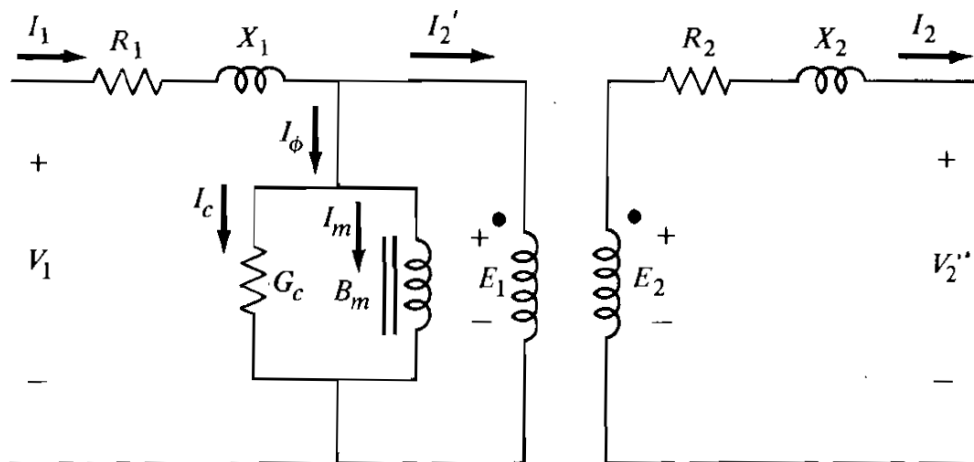


Figura 3.5 circuito equivalente con elementos complejos.

El circuito equivalente de la Figura 3 -5 puede ser simplificado aún más, para el análisis de un sistema de potencia del cual forma parte el transformador que resulta práctico y en ocasiones conveniente que todos los elementos pasivos aparezcan en un solo lado del

transformador ideal, para ello las impedancia Z_2 puede ser referida al lado primario. Para tal propósito, multiplicaremos la ecuación 3 – 25 por la relación de transformación “ a ”.

$$aV_2 = aE_2 - aZ_2I_2 \quad (3-27).$$

y de acuerdo a las ecuaciones (3-16) y (3-17) la ecuación 3-27 nos quedará:

$$aV_2 = E_1 - a^2Z_2I_2' \quad (3-28).$$

Para satisfacer esta nueva ecuación de voltaje, el circuito equivalente debe ser modificado como se muestra en la figura 3-6:

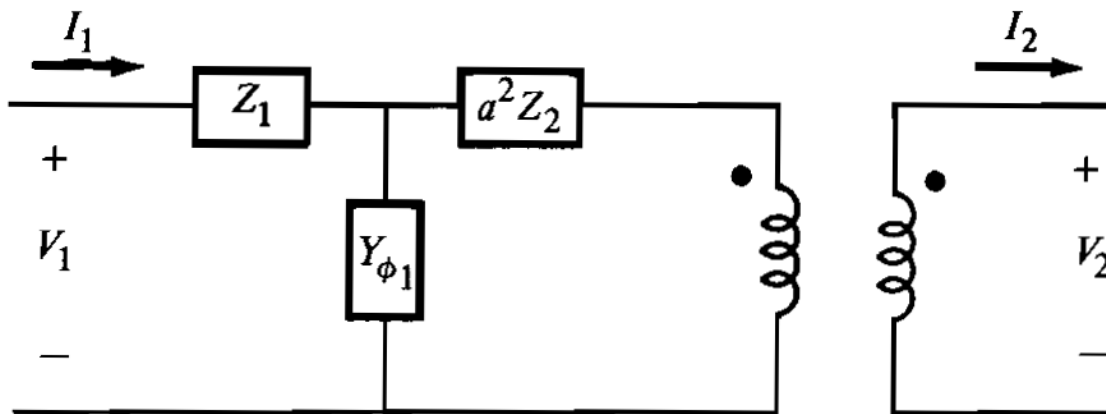


Figura 3-6 circuito equivalente con los elementos referidos al primario.

Si comparamos el diagrama de la figura 3-6 con el de la figura 3-5 podemos observar que la impedancia Z_2 fue transferida del lado secundario al lado primario del transformador, para lo cual multiplicamos la impedancia Z_2 por el cuadrado de la relación de transformación “ a^2 ”. Después de todo el voltaje primario de un transformador ideal es “ a ” veces el voltaje secundario, y su corriente primaria es $(1/a)$ veces la corriente secundaria. De lo anterior se desprende la regla de que una impedancia puede ser transferida del secundario al primario multiplicándola por “ a^2 ” y del primario al secundario por la multiplicación de $1/a^2$ mientras que para las admitancias la regla es lo opuesto.

Los elementos pueden ser transferidos al secundario como se muestra en la figura 3-7 este se puede justificar analíticamente como se hizo para el circuito de la figura 3 – 6. Multiplicaremos la ecuación 3- 24 por $(1/a)$, lo que nos resulta:

$$\left(\frac{1}{a}\right)V_1 = \left(\frac{1}{a}\right)E_1 + \left(\frac{1}{a}\right)Z_1I_1 \quad (3-29)$$

El primer término del segundo miembro de la ecuación es igual a E_2 de acuerdo a la ecuación (3-17) y si el segundo término lo multiplicamos por $\frac{a}{a}$ tendremos:

$$\left(\frac{1}{a}\right) V_1 = E_2 + \left(\frac{1}{a^2}\right) Z_1(aI_1) \quad (3-30)$$

y si multiplicamos la ecuación 3-26 " a ":

$$a I_1 = aI_2^1 + aY\phi_1 E_1 \quad (3-31)$$

El primer término del segundo miembro de la ecuación (3 - 31) es igual a I_2 de acuerdo la ecuación 3-16 y el segundo término de acuerdo con la ecuación 3 -17 será a $Y\phi_1(aE_2)$ luego entonces la ecuación 3-31 nos quedará:

$$a I_1 = I_2 + a^2 Y\phi_1 E_2 = I_2 + Y\phi_2 E_2 \quad (3-32)$$

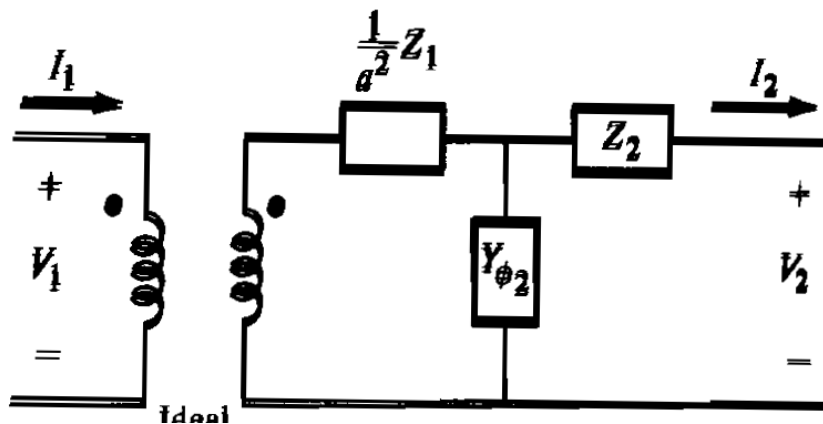


Figura 3.7

Circuito equivalente con los elementos referidos al secundario.

Los circuitos de las figuras 3-6 y 3-7 tienen ahora todos sus parámetros referidos a un solo lado los requerimientos del problema a resolver si requerimos información acerca de lo que ocurre en la carga utilizaremos el circuito de la figura 3-7 que tiene sus parámetros referidos al lado secundario, pero si los requerimientos son del lado de la fuente deberemos utilizar el circuito de la figura 3-6 en el que todos sus elementos están referidos al primario.

Con la finalidad de que el circuito resulte más maleable podemos simplificar un poco más transformando el circuitos "T" de las figuras 3-6 y 3-7 en un circuito "L" desplazando la rama de magnetización, es decir la admitancia Y_{ϕ} , hacia la izquierda otras hacia la derecha, habrá situaciones en las que será conveniente desplazarla admitancia hacia la izquierda hacia la derecha, cualquiera que sea el caso, esta admitancia es tan pequeña que la corriente I_{ϕ} será también demasiado pequeña y el error en el que se incurre es despreciable. Así pues de los dos circuitos equivalentes anteriormente analizados podemos simplificarlos y ahora tendremos cuatro alternativas de circuitos equivalentes como se muestra en la figura 3-8 a), b), c) y d).

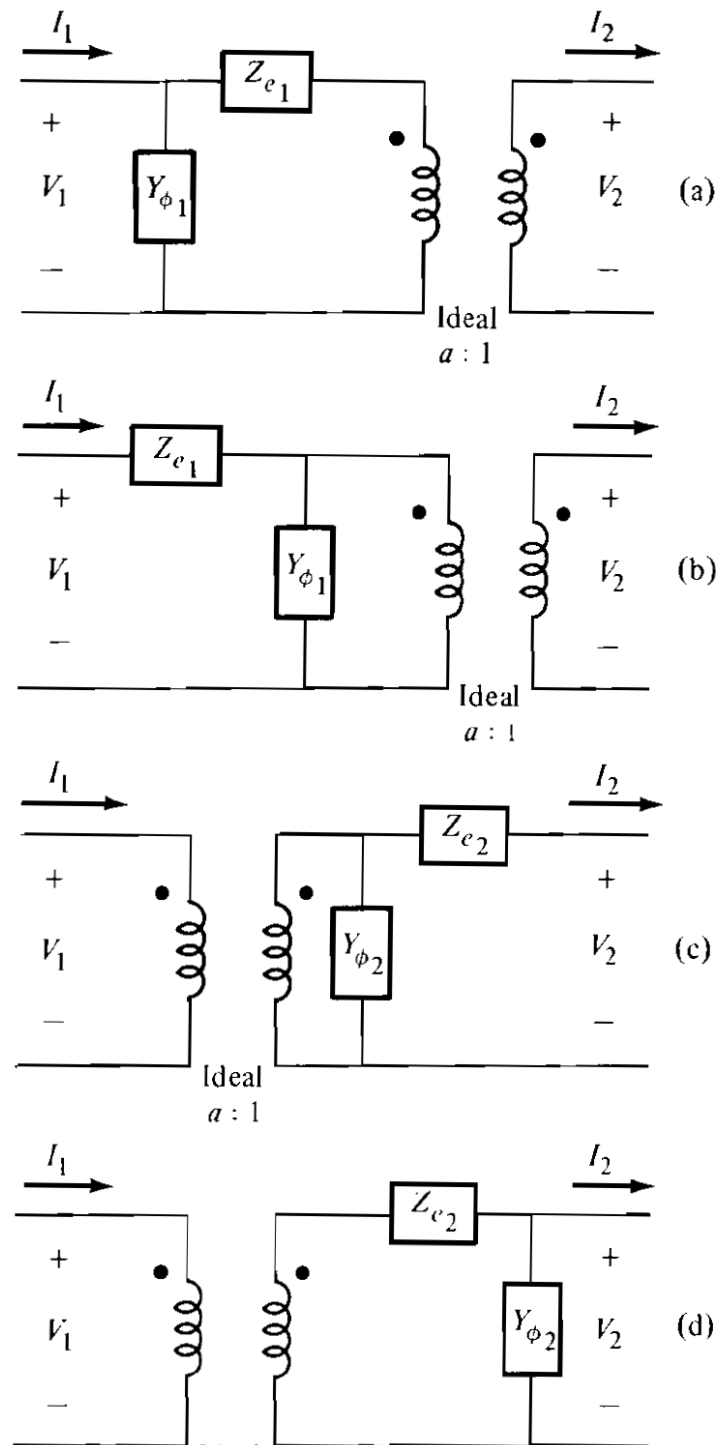


Figura 3-8 cuatro circuitos equivalentes aproximados.



Dónde $Z_{e1} = Z_1 + a^2 Z_2$ (3.33)

$$Z_{e2} = \frac{1}{a^2} Z_1 + Z_2 \quad (3.34)$$

$$I_{e1} = R_{e1} + jX_{e1} \quad (3.35)$$

$$I_{e2} = R_{e2} + jX_{e2} \quad (3.36)$$

$$R_{e1} = R_1 + a^2 R_2 \quad (3.37)$$

$$X_{e1} = X_1 + a^2 X_2 \quad (3.38)$$

$$R_{e2} = \frac{1}{a^2} R_1 + R_2 \quad (3.39)$$

$$X_{e2} = \frac{1}{a^2} X_1 + X_2 \quad (3.40)$$

Nótese que cada una de estas resistencias, reactancias o impedancias puede ser transferida del primario al secundario y viceversa por medio del factor a^2 o $\frac{1}{a^2}$.

3.4 Interpretar los datos de placa del transformador

El fabricante de transformadores da como información mínima los valores nominales de las tensiones, el valor nominal de la frecuencia y la potencia aparente nominal. Los datos de placa de los grandes transformadores, frecuentemente, contienen información sobre elevación de temperatura, impedancia en % o en p.u., diagramas de conexión, número de serie, peso, clase de aislamiento, información el tipo de aislamiento. Las marcas de $(H_1 \dots H_n)$ y $(x_1 \dots x_n)$ indican las terminales de los devanados de alta y baja tensión respectivamente. Las marcas de polaridad vienen representadas por un punto, indicación del número de taps y el % de tensión por arriba o por debajo de la nominal, trae también información sobre el tipo de enfriamiento.



```
fprintf('CALCULO DE PARAMETROS DEL TRANSFORMADOR REFERENCIADO
AL PRIMARIO\n\n\n');

%Datos de las pruebas al transformador
Poc=input('Potencia de circuito abierto: ');
Voc=input('Voltaje de circuito abierto: ');
Ioc=input('Corriente de circuito abierto: ');
Psc=input('Potencia de corto circuito: ');
Vsc=input('Voltaje de corto circuito: ');
Isc=input('Corriente de corto circuito ');

%Datos del transformador
Vprim=input('Voltaje lado primario del transformador: ');
Vsec=input('Voltaje lado secundario del transformador: ');
KVA=input('KVAs nominales del transformador: ');

%Calculo de la admitancia
Ymag2=Ioc/Voc;
AnguloY=acos(Poc/(Voc*Ioc));
%Angulo en grados
anguloY=(AnguloY*180)/(3.1416);

%Referenciendo la admitancia al primario
a=Vprim/Vsec;
Ymag1=Ymag2/(a^[2]);

Gc=Ymag1*cosd(anguloY);
Bm=Ymag1*sind(anguloY);

Y= Gc - j*Bm
%Calculo de la impedancia
Zeq=Vsc/Isc;
AnguloZ=acos(Psc/(Isc*Vsc));
%Angulo en grados
anguloZ=(AnguloZ*180)/(3.1416);

Re=Zeq*cosd(anguloZ);
Xe=Zeq*sind(anguloZ);

Z=Re + j*Xe
```



3.5.- PRUEBAS BÁSICAS A TRANSFORMADORES

Resistencia de aislamiento

Como su nombre lo indica con esta prueba se determina el valor de la resistencia de aislamiento de los devanados del transformador. Este valor nos indica el grado de impurezas o humedad de los aislamientos entre los distintos devanados.

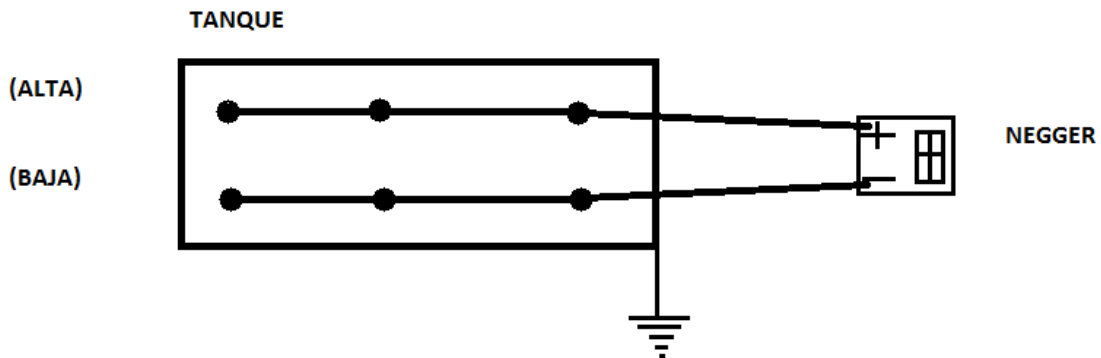
De los resultados de esta prueba dependerá si el transformador puede entrar en servicio. Si el valor medido de la resistencia de aislamiento es inferior al valor dado en la tabla 3 -1, es necesario que el transformador sea sometido a un proceso de secado.

VOLTAJE (KV)	(M Ω) RESISTENCIA DE AISLAMIENTO
1.2	32
2.5	68
5.0	135
8.66	230
15	410
25	670
34.5	930
46	1240
69	1860
92	2480
115	3100
138	3720
161	4350
196	5300
230	6200
287	7750
345	930

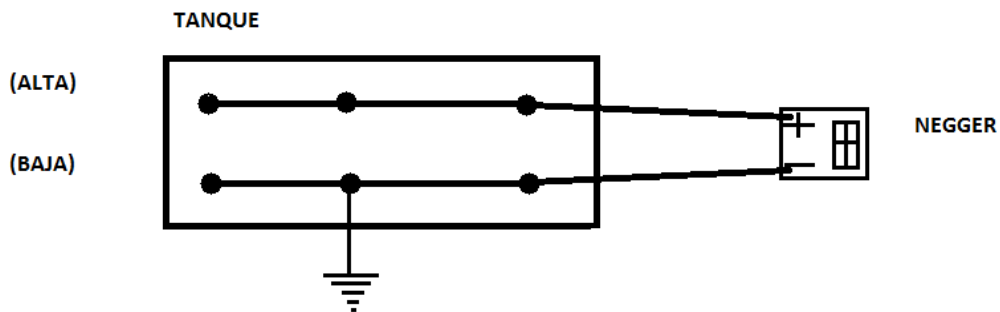
TABLA 3-1 valores mínimos de resistencia de aislamiento de los devanados para transformadores sumergidos en aceite a una temperatura de 20°.

Las pruebas a realizar son las siguientes:

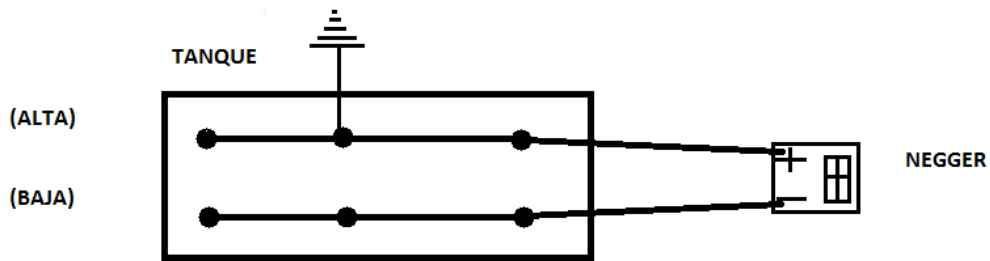
- Devanado de alta tensión contra el devanado de baja tensión.



- b) Devanado de alta tensión contra el devanado de baja tensión a tierra, con el tanque del transformador aterrizado.



- c) Devanado de baja tensión contra el devanado de alta tensión a tierra, con el tanque del transformador aterrizado.



La selección de los voltajes de prueba de corriente directa para determinar la resistencia de aislamiento, será de acuerdo al nivel del voltaje de operación de los transformadores: Para transformadores de baja tensión utilizar el megger en la escala de 500 *volts*, para transformadores de media tensión utilizar la escala de 1000 *volts*, y para los transformadores de alta tensión utilizar la escala de 2500 *volts*.



Entendiéndose por baja tensión valores abajo de $1Kv$, media tensión de $1Kv$ a $30Kv$ y alta tensión valores superiores a $30 Kv$.

Las condiciones para llevar a cabo la prueba son las siguientes:

1. Desconecte los cables de las terminales del transformador.
2. Desconecta la tierra del neutro (si es el caso).
3. Conecta en corto circuito tanto al lado de alta como el de baja tensión.
4. Aterrice el tanque.
5. Anote la temperatura de prueba utilizando para ello el indicador de temperatura de aceite localizado en el tanque del transformador.

Debido a que la resistencia de aislamiento varía inversamente con la temperatura, se debe aplicar un factor de corrección para temperatura diferentes a 20° , de acuerdo a la tabla 3.2.

Temperatura °c	Factor de Corrección
15	0.73
16	0.78
17	0.83
18	0.89
19	0.94
20	1.000
21	1.050
22	1.110
23	1.116
24	1.230
25	1.300
26	1.400
27	1.500
28	1.600
29	1.700
30	1.800
31	1.900
32	2.050
33	2.200
34	2.350
35	2.500



38	3.000
39	3.160
40	3.500
41	3.600
42	3.750
43	4.000
44	4.250
45	4.500
46	4.800
47	5.100
48	5.400
49	5.700
50	6.000
55	8.1
60	11.0
65	14.8
70	20.0
75	26.5
80	36.2
85	49.0
90	66.0

Tabla 3-2 factores de corrección por temperatura.

RESISTENCIA OHMICA DE LOS DEVANADOS

Esta prueba se puede realizar de dos maneras, aplicando 5 valores de voltaje de corriente directa (mucho muy pequeños), se mide la corriente y se obtienen la resistencia por ley de Ohm, de los 5 valores obtenidos se hace el promedio, o de forma directa con un puente universal.

Antes de realizar la prueba se mide la temperatura utilizando para ello el indicador de temperatura de aceite.

Los valores obtenidos se registran en las tablas 3-3 y 3-4.

Tabla 3-3 devanado de alta tensión.

Entre devanados	Relación V/I	Puente
$H_1 - H_2$		
$H_2 - H_3$		
$H_1 - H_3$		



Tabla 3 -4 devanado de baja tensión.

Entre devanados	Relación V/I	Puente
$X_1 - X_2$		
$X_1 - X_3$		
$X_2 - X_3$		
$X_0 - X_1, X_2, X_3$		

RELACIÓN DE TRANSFORMACIÓN Y POLARIDAD

Estas pruebas nos aseguran que la relación de vueltas de los devanados sea la correcta y que las derivaciones en cualquier devanado estén de la relación y polaridad adecuadas.

Esta prueba se efectúa con un medidor de relación de vueltas (TTR) por sus siglas en inglés (Turn Test Relation), este aparato tiene un margen de error de 0.1%.

La prueba consiste en la comparación de la relación de polaridad de los devanados de alta y baja tensión del transformador por probarse, contra la relación y polaridad conocidas de un transformador patrón (este comparador está integrado con el aparato TTR) y ajustando su relación variable hasta tener el equilibrio. La polaridad del devanado del transformador bajo prueba se verifica automáticamente, ya que si se conecta con polaridad contraria a la real, no se podrá lograr jamás el equilibrio con el medidor de ajuste. Estas pruebas determinan el desplazamiento angular entre el fasor que representa la tensión de líneas a neutro de una fase de alta tensión y el fasor que representa la tensión de línea a neutro en la fase correspondiente en baja tensión.

El TTR, es un instrumento con un arreglo tal que el transformador debe ser probado y el transformador de referencia de relación ajustable, (inter construcción en dicho aparato), se excitan de la misma fuente de voltaje de este.

Los devanados secundarios se conectan en serie con un detector de nulo. Cuando la relación del transformador de referencia se ajusta de forma tal que no fluye corriente en el circuito del secundario (nulo), se representa simultáneamente dos condiciones.

- Las relaciones de voltaje de los dos transformadores son iguales.
- No hay carga en ningún secundario. La relación de voltaje sin carga del transformador de referencia se conoce, conociéndose también la relación de voltaje del transformador bajo prueba y consecuentemente su relación de vueltas.

El TTR usado y con el que se cuenta en el laboratorio de Ingeniería Eléctrica del Instituto Tecnológico de Morelia, mide la relación de vueltas de transformadores no mayor de 130 y



para frecuencia de 60 Hz, a un voltaje de 8 volts en el devanado de baja (nominales) y una corriente de magnetización menor de 8 amperes.

Estos rangos permiten la prueba de todos los tipos de transformadores de distribución y de potencia de uso general.

En la mayoría de los casos, durante la prueba, el devanado de baja del transformador bajo prueba se usa como primaria, pero cuando hay excesiva corriente de magnetización o bajo rango de voltaje, el devanado de alta puede usarse como primario, en cuyo caso la lectura de relación es menor que la unidad y se llama relación inversa de vueltas, por lo que deberá calcularse el recíproco de esta relación inversa para obtener el valor de la relación de vueltas.

Pasos a seguir para la determinación de la relación de vueltas y polaridad de un transformador.

1. Limpiar perfectamente con solvente eléctrico las terminales del transformador bajo prueba si se encuentran las terminales empataadas, limpiarlas con lija.
2. Registrar en la tabla 3-4 la forma en que está conectado el transformador bajo prueba y de acuerdo al diagrama fasorial del transformador, conectar las terminales del TTR.
3. Conectar las terminales del TTR de acuerdo a lo mostrado en la figura 3-4.

La máxima diferencia permitida de la relación de transformación medida con respecto a la relación de transformación nominal es de 0.5%.

Devanado A.T.	TAP	VOLTS. SECUNDARIO	RELACION NOMINAL	RELACION DE PRUEBA			DIFERENCIA DE RELACIÓN CON RESPECTO A LA NOMINAL	
				H-H / X-X	H- H/X-X	H- H/XX	FASE A FASE C	FASE B
	1							
	2							
	3							
	4							
	5							

Tabla 3.4

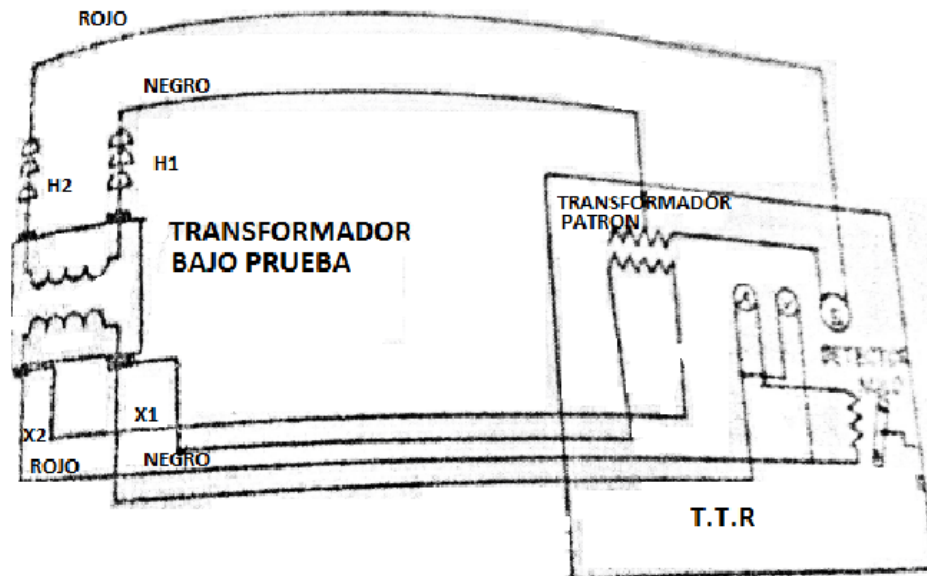


Figura 3.9 Conexión del T.T.R al transformador bajo de prueba.

RIGIDEZ DIELECTRICA DEL ACEITE

La rigidez dieléctrica del aceite es el máximo gradiente de potencia que puede resistir el aceite sin producirse la carga disruptiva. Se obtiene prácticamente dividiendo la tensión disruptiva o de ruptura por el espesor del material entre los electrodos de prueba, prescindiendo del gradiente de potencial máximo real.

Las propiedades dieléctricas del aceite se ven mermadas en general por la humedad, la temperatura y las impurezas debidas a diferentes factores.

La prueba se realiza utilizando una copa (recipiente de material aislante) con dos discos planos y paralelos (de material conductor) con un diámetro de 25.4 mm , y separados entre sí 2.54 mm , los cuales deben estar sumergidos en el aceite a probar.

Pasos a seguir para la realización de la prueba de rigidez dieléctrica del aceite.

1. Se saca la copa del probador y se limpia perfectamente con un papel o un trapo que no suelte residuos de ninguna especie, limpiando también los electrodos. Después se coloca un poco de aceite que se va a probar dentro de la copa, y se enjuaga, esta operación se realiza tres veces.



2. Se calibra la apertura de los electrodos a 2.54mm .
3. Después se procede al llenado, hasta que el aceite cubra totalmente los electrodos, en la copa se indica la altura a la que debe llegar el aceite.
4. Al sacar el aceite directamente del transformador, generalmente sale con burbujas lo que puede dar la prueba resultados falsos, estas se eliminan meciendo con suavidad (como si fuera la cuna de tu bebe) la copa y después dejándola reposar en su base por tres minutos antes de iniciar la prueba. La rapidez con que se va aplicando el voltaje debe ser de 3 kv/seg .
5. Se realizan cinco pruebas a cada muestra de aceite, dejando un intervalo de tiempo de un minuto entre cada prueba.
6. Las normas para pruebas de aceite de transformadores, indican que se debe sacar tres muestras de aceite, a cada una se les realizan cinco pruebas de ruptura, se saca el promedio de cada muestra y luego el promedio de las tres muestras.

Se recomienda no hacer la prueba en días nublados o lluviosos ya que debido a sus condiciones higroscópicas, el aceite absorbe con facilidad la humedad del ambiente.

La temperatura del aceite al momento de la prueba deberá estar entre los 20°C y 30°C .

Los resultados se asientan en la tabla 3-5.

Tabla 3-5 rigidez dieléctrica del aceite.

Muestra	Pruebas					Promedio	Temperatura de la muestra
1	1	2	3	4	5		
2							
3							

RIGIDEZ DIELECTRICA PROMEDIO _____



Figura 3 -8.



Figura 3 -10.



FACTOR DE POTENCIA

El factor de potencia es el criterio principal usado para juzgar las condiciones del aislamiento de devanados, aceite, etc., muchas formas de deterioración de aislamiento involucran capas en serie de aislamiento bueno o malo, no siendo detectadas las capas de aislamiento en malas condiciones por lo generales en las pruebas de C.D. efectuadas con Megger. En la prueba de factor de potencia si se detectan esas anomalías debido a que da una medida de la condición total de aislamiento bajo condiciones de operación de frecuencia normal simulada, independientemente del tiempo de duración de la prueba.

El principio básico de esta prueba no destructiva es la detección de los cambios de las características del aislamiento que pueden estar asociadas con el efecto de los agentes destructivos, tales como el agua, calor o efecto corona.

El factor de potencia de un aislamiento es el coseno del ángulo entre el fasor de corriente de carga y el fasor de voltaje aplicado. En otras palabras, es una medida de la componente de energía de la corriente de carga. La cantidad de volts-Amperes de carga y la pérdida de dieléctrico en watts, a un voltaje dado, se incrementa con la cantidad de aislamiento probado, sin embargo, la relación del factor de potencia entre los volts-amperes de carga y los watts de pérdida permanece igual, independientemente de la cantidad de aislamiento probado, en virtud de que dicho aislamiento es de la calidad uniforme. El factor de potencia es una propiedad inherente del dieléctrico y es independiente de su volumen.

La relación de los watts a los volts-amperes es el factor potencia.

$$\text{Factor de potencia} = \frac{\text{miliwatts (mw)}}{\text{milivolt - amper(mVA)}}$$

El factor potencia es la medida de las pérdidas dieléctricas y estas aumentan directamente con la temperatura, por lo que se deben hacer correcciones por temperatura a una temperatura base de 20°C.

El factor de potencia es una comprobación conveniente de las condiciones de aislamiento. Variación del factor de potencia en el aislamiento de un equipo en servicio es útil para determinar el deterioro debido a la humedad, a materias y a daños mecánicos, etc., y permite con eso predecir condiciones peligrosas antes de que ocurra una falla de equipo.



CONDICIONES PARA LA MEDICIÓN DEL FACTOR DE POTENCIA

1. Aísle el espécimen bajo prueba de las partes energizadas.
2. Las terminales del equipo bajo prueba, así como sus superficies, deberán encontrarse libres de polvo y humedad. Superficies limpias son de gran importancia cuando se realizan pruebas en ambientes húmedos. Las superficies aislantes y las terminales del equipo bajo prueba deberán limpiarse con trapo limpio y solvente eléctrico.
3. Verificar las condiciones físicas de los aisladores del equipo bajo prueba.
4. Es importante que la fuente de alimentación sea constante del probador de potencia, para evitar fluctuaciones en el voltaje de prueba.
5. Verificar que el aislamiento de los cables del probador de factor de potencia, se encuentra en buenas condiciones.
6. El voltaje de prueba deberá ser anotado para realizar comparaciones futuras.
7. Al terminar la prueba, la tensión deberá reducirse a cero. Después de lo cual el equipo bajo prueba deberá conectarse a tierra.
8. Mida la temperatura del espécimen bajo prueba y anótela.

NOTA: en ambientes con humedades relativas superiores del 80 %, los valores de factor de potencia obtenidos no son confiables, por lo que se recomienda bloquear cualquier entrada de aire húmedo o aire fresco intermitente hacia los puntos de conexión.

PRUEBA DE FACTOR DE POTENCIA DE TRANSFORMADORES

El aislamiento de transformadores es mostrado en la figura No. 10. El aislamiento indicado como *CA*, *CB* y *CAB*, son respectivamente, el aislamiento entre el lado de alta y tierra, el aislamiento entre el lado de baja y tierra, y el aislamiento entre el lado de alta y baja tensión. Estos aislamientos, si bien están distribuidos a través de los devanados, son mostrados en la figura No. 10 como capacitores individuales por ser una forma simple de representar los aislamientos.

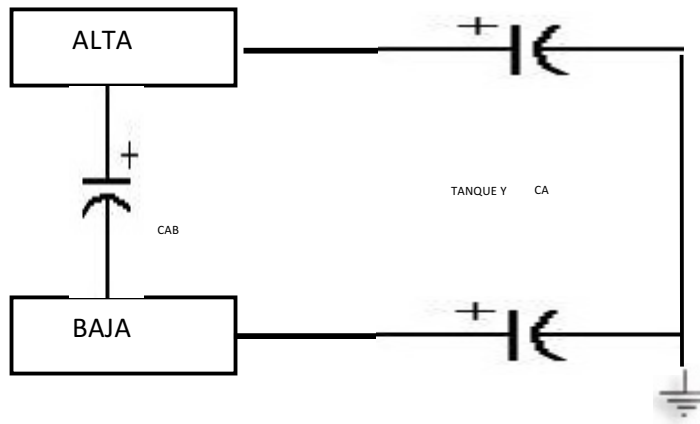


Figura No. 10

Estos aislamientos no están hechos de un solo dieléctrico: por ejemplo, *CA* es el aislamiento entre el lado de alta y tierra incluyendo los aisladores y el aceite. Las lecturas hechas de *CA* y *CB* son medidas en forma directa, cuando el devanado de alta es energizado y el devanado de baja guardado, el aislamiento *CA* es medido. Cuando el devanado de baja es energizado y el devanado de alta es guardado, el aislamiento *CB* es medido. Haciendo una prueba adicional mostrada en la tabla No. 5 y un simple cálculo, de aislamiento *CAB* es obtenido.

En general, los devanados de los transformadores conectados al circuito de guarda no tendrán un efecto apreciable sobre la exactitud de los resultados de la prueba, si esta se realiza con la escala del multiplicador en el lado de alto rango.

PROCEDIMIENTO DE PRUEBA

- 1.- Desconecte los cables de las terminales del transformador.
- 2.- Desconecte de tierra el neutro de cada devanado.
- 3.- Conecte en corto circuito tanto el lado de alta tensión como el lado de baja tensión.
- 4.- Aterrice el tanque.
- 5.- Anote la temperatura de prueba utilizando para ello el indicador de temperatura localizado en el tanque del transformador.



Realizar la serie de pruebas que a continuación se detallan.

PRUEBA	DEVANADO ENERGIZADO	DEVANADO ATERRIZADO	DEVANADO A GUARDA
1	ALTA	BAJA	-----
2	ALTA	-----	BAJA
3	BAJA	ALTA	-----
4	BAJA	-----	ALTA

El aislamiento entre CAB es determinado estando los valores de MVA y MW obtenidos en la prueba No. 2 y los valores obtenidos en la prueba No. 1.

Habiendo encontrado las MVA y MW , los factores de potencia pueden ser calculados de acuerdo al ejemplo número 1.

Los factores de potencia obtenidos en la prueba deben ser corregidos a una temperatura base de $20^{\circ}C$ en la tabla No. 5 a), se dan los factores de corrección de temperatura.

Ejemplo No. 1.

Las siguientes lecturas han sido obtenidas en un transformador a una temperatura de $45^{\circ}C$.

PRUEBA	KV	MVA	MW
1	2.5	1000	215
2	2.5	4000	100
3	2.5	16500	320
4	2.5	10500	205

% F.P.		
MEDIO	CORREGIDO	A
20° C		
-----	-----	
2.5	.8	CA
-----	-----	
1.9	.6	CB

Las lecturas de CA y CB son leídos directamente. El aislamiento CAB es obtenido restando los valores obtenidos en la prueba No. 2 a los valores obtenidos de la prueba No. 1 los resultados para CA , CB y CAB son mostrados a continuación:



Tabla No. 5

AISLAMIENTO	KV	MVA	MW
CA	2.5	4000	100
CB	2.5	10500	205
CAB	2.5	6000	115

% F.P.		
MEDIO	CORREGIDO 20° C	A
2.5	.8	
1.9	.6	
1.9		

El valor máximo permitido por el factor de potencia será de: 1 %

Tabla No. 5 A

TEMPERATURA °C	FAC. CORECCIÓN	TEMPERATURA °C	FAC. CORREC.
15	1.20	33	0.56
16	1.16	34	0.53
17	1.12	35	0.51
18	1.08	36	0.49
19	1.04	37	0.47
20	1.00	38	0.45
21	0.96	39	0.44
22	0.91	40	0.42
23	0.87	41	0.40
24	0.83	42	0.38
25	0.79	43	0.37
26	0.76	44	0.36
27	0.73	45	0.34
28	0.70	46	0.33
29	0.67	47	0.31
30	0.63	48	0.30
31	0.63	49	0.29
32	0.58	50	0.28



PRUEBA DE FACTOR DE POTENCIA

CONEXIONES P / PRUEBAS			PRUEBAS KV	LECTURAS EQUIVALENTES A 2.3 KV.				% FACTOR		CONDICIONES DE AISLAMIENTO.	
				MILIVOLTAMPERES		MILIWATTS					
DEVANADO ANERGIADO	DEVANADO A TIERRA	DEVANADO A TIERRA		LECTURA DE MEDICIÓN	MVA MULTIPLOICA DOOR	LECTURA DE MEDICIÓN	MW MULTIPLOICA DOOR	MEDIDO	CORREGIDO 20°C	INICIALES PARA COND. DE AISLAMIENTO. B= BUENO D= DETERIORADO I= INVEST. M= MALO	CONDICIONES DE AISLAMIMTO.
1	ALTA	BAJA	-----	2.5				---	---		
2	ALTA	-----	BAJA	2.5						CH	
3	BAJA	ALTA	-----	2.5				---	---		
4	BAJA	-----	ALTA	2.5						CB	
RESULTADOS OBTENIDOS					-----	-----	-----			CAB	
					-----	-----	-----				

FACTOR DE POTENCIA DEL ACEITE PARA TRANSFORMADORES

El factor de potencia del aceite puede ser determinado con el probador de factor de potencia y una celda especial la cual es esencialmente un capacitor utilizando aceite como dieléctrico. Las conexiones de prueba son hechas como en la figura 14. El gancho del cable de alta tensión debe ser conectado en la tapa de la celda. El anillo de guarda sobre la terminal del cable debe ser conectado al anillo de guarda de la celda la cual es unida a la tapa.

El cilindro exterior de la celda debe ser aterrizado, un espacio de cuando menos 2.54 cm , debe ser mantenido entre el gancho del cable y el anillo de guarda de la celda para que no ocurran descargas entre estas partes.

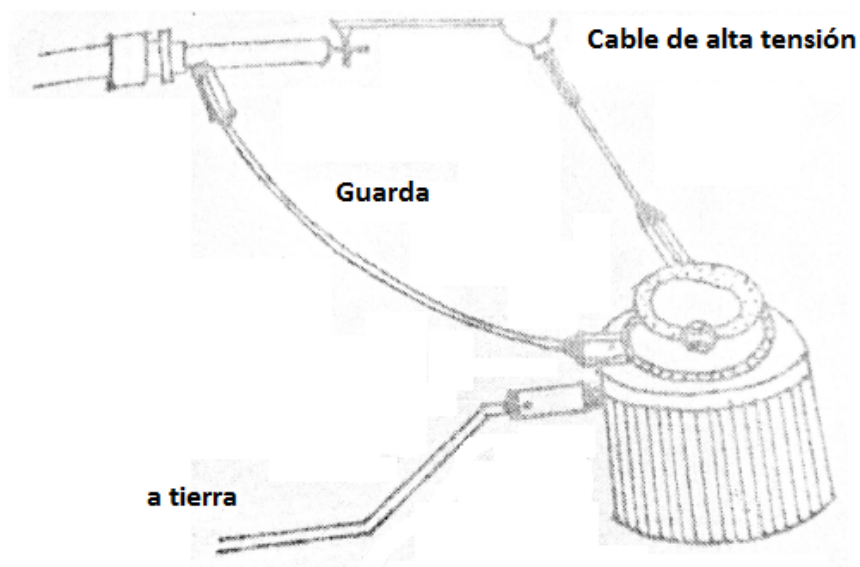


Figura No. 14

CELDA PARA DETERMINAR EL FACTOR DE POTENCIA DEL ACEITE

El voltaje de prueba deber ser gradualmente aumentado a 2.5 KV .

Como el espacio entre las placas de las celdas es de 4.8 mm , la prueba no romperá a este voltaje a menos que el aceite esté en muy malas condiciones.



Cuando se realiza la prueba del aceite en un transformador o interruptor, procura obtener una prueba representativa del aceite, permite que drene suficiente aceite por la tubería y válvula de muestreo del equipo bajo prueba para evitar que la suciedad y el agua alojado en la tubería contiene el aceite bajo prueba.

Antes de realizar las mediciones se debe dejar reposar el aceite en la celda para evitar que las burbujas al llenar la celda nos den lecturas falsas. El tiempo de reposo será aproximadamente 3 minutos.

Después de efectuada la prueba se debe medir la temperatura del aceite, esta medición se realiza estando el aceite en la celda.

El factor de potencia del aceite deberá ser corregido a una temperatura base de 20°C en la tabla No. 10 se dan los factores de corrección por temperatura del aceite.

La celda de prueba deberá ser limpiada cada vez que se realiza una prueba. Para limpiar la celda se debe utilizar solvente eléctrico (en caso de que la celda se encuentre muy sucia) y aceite. Primero se debe enjuagar la celda una o dos veces y después enjuagar dos o tres veces con el aceite bajo prueba. Se recomienda no limpiar la celda con trapos o fibras de algodón ya que puedes depositarse residuos de estos materiales y darnos lecturas erróneas en la prueba.

El aceite nuevo tiene un factor de potencia de 0.05 % o menos a 20°C . Factores de potencia más altos que este valor indican deterioración y/o contaminación con humedad, carbón y otras materias conductoras. El carbón en el aceite puede causar decoloración del carbón en el aceite no incrementará necesariamente el factor de potencia del aceite a menos que este contenga humedad.

El aceite para transformadores que tenga un factor de potencia menor de 0.5 % a 20°C . Es considerado satisfactoriamente para entrar en servicio.

El aceite que tiene un factor de potencia arriba de 20% a 20°C es considerado como malo y debe ser reemplazado o tratado.

Los valores antes mencionados sirven de guía para determinar las condiciones en las que se encuentra el aceite y decidir si un transformador pueden entrar o continuar en servicio.

El aceite nuevo debe tener un factor de potencia de aproximadamente 0.05% o menos a 20°C , este factor de potencia puede gradualmente incrementarse estando el transformador en servicio a valores tan altos como 0.5 % y 20°C .



Tabla No. 10

TEMPERATURA °C	FACTOR DE CORRECCIÓN
15	1.20
16	1.16
17	1.12
18	1.08
19	1.04
20	1.00
21	0.96
22	0.91
23	0.87
24	0.83
25	0.79
26	0.76
27	0.73
28	0.70
29	0.67
30	0.63
31	0.60
32	0.58
33	0.56
34	0.53
35	0.51
36	0.49
37	0.47
38	0.45
39	0.44

La corriente de excitación consiste de dos componentes, una en cuadratura y otra en fase. La componente en cuadratura correspondiente a la corriente de magnetización reactiva del núcleo, mientras que la corriente en fase o componente de pérdidas incluyen las pérdidas en el núcleo. Cobre o aislamiento, la componente de pérdida sin carga en generalmente de un porcentaje más pequeña que la corriente de magnetización o corriente de cuadratura. La corriente de magnetización difiere muy poco de la magnitud total de la corriente de excitación y por esta razón que los términos de corriente de magnetización y corriente de excitación son frecuentemente intercambiados. La figura 15 es una representación vectorial de estas corrientes.

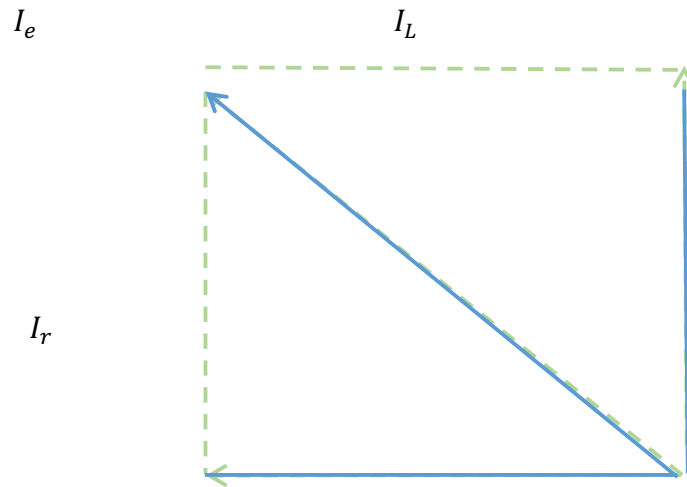


Figura No. 15.

I_e = corriente de excitación del devanado del transformador.

I_L = componentes de corriente de magnetización.

I_r = componentes de pérdidas (en el cobre, en el aislamiento y principalmente en el núcleo).

Las corrientes de excitación medidas en las piernas laterales de un transformador trifásico, son de aproximadamente dos veces la magnitud de la corriente de excitación de la pierna central, debido a la más baja reluctancia de su circuito magnético.

La corriente de excitación constituye del 0.5 al 3 % de la corriente nominal del transformador.

La medición de corriente de excitación en pruebas de puesta en servicio y mantenimiento preventivo a transformadores de potencia, es extremadamente útil para detectar: corto circuito entre espiras, conexiones deficientes falsos contactos, problemas en el núcleo, devanados abiertos, núcleos a tierra, conexiones incorrectas del cambiador de derivaciones (taps). La importancia de ésta prueba radica en su sensibilidad que nos brinda la posibilidad de detectar anomalías en el transformador cuando estos se inician, teniéndose la oportunidad de tomar medidas correctivas.

Mientras que los parámetros normales referidos a la corriente de excitación incluyen pérdidas de aislamiento. Estas pérdidas no están incluidas en nuestro procedimiento de



prueba. Su medición es más significativa durante la prueba de factor de potencia del aislamiento. Nuestra medición de corriente de excitación incluye solamente la corriente de magnetización, las pérdidas en el cobre y el núcleo.

La corriente de excitación con el probador de factor de potencia MEU 2500 *volts*, de la doble Engineering Company, se define dividiendo los *MVA* medios entre el voltaje de prueba.

$$I_e = \frac{mVA \text{ (medidos)}}{\text{Volt de prueba}}$$

PROCEDIMIENTO DE PRUEBA

Se recomienda que al efectuar la prueba de excitación, se tenga en cuenta lo siguiente:

1. Al efectuarse la prueba de todas las terminales del transformador, se inducen voltajes, por lo que todas las cargas deben desconectarse.
2. Las terminales normales conectadas a tierra en servicio, deberá permanecer en estas condiciones durante la prueba, a menos que su terminal vaya a ser energizada con el equipo bajo prueba, por ejemplo, para un transformador estrella/estrella el neutro del devanado de alta tensión a tierra.
3. Las pruebas deben ser confinadas al devanado de alta tensión.
4. Los voltajes de prueba no deberán excederse del nominal de línea para devanados conectados en delta, o de línea neutro para devanados conectados en estrella.
5. Los voltajes de prueba deben de ser iguales para todas las fases que se prueban para que puedan ser comparados equitativamente los valores obtenidos.
6. Es recomendable efectuar la prueba de excitación en todas las derivaciones (TAPS): en la puesta en servicio, después de una reparación cuando se tenga sospechas de que el transformador tiene un daño.
7. En transformadores monofásicos. El devanado de alta tensión se debe probar, dos veces intercambiando las terminales energizadas. Esto en unidades trifásicas se debe hacer únicamente cuando se tengan dudas de los valores obtenidos en la primera prueba.

8. La posibilidad de que exista magnetismo residual de suficiente magnitud que afecta la prueba, es pequeña, pero se debe tener presente que su efecto es producir corriente anormalmente altas durante la prueba.

En los transformadores trifásicos conectados en delta, es importante notar que el equipo de prueba, únicamente mide la corriente de excitación de un devanado cuando en realidad se están excitando dos devanados.

Las figuras 16 a, b, c, y e nos muestra los diagramas de conexiones para realización de las pruebas.

Medición de I_e (corriente de excitación) en un transformador monofásico.

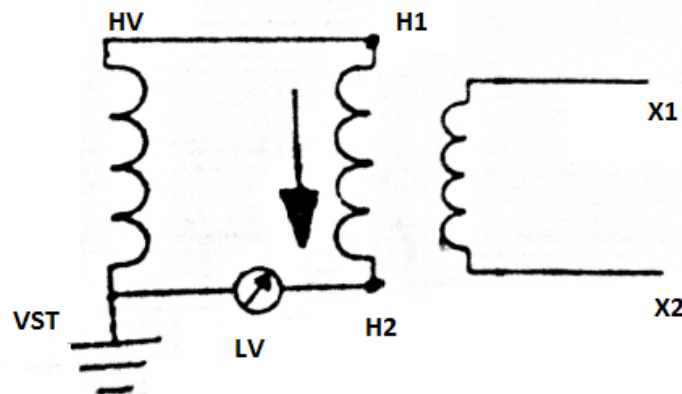


Figura 16 a).

I_e	LINEA	UST	FLOTANTE	
H1 - H2	H1	H2	X1	X2
H2 - H1	H2	H1	X1	X2

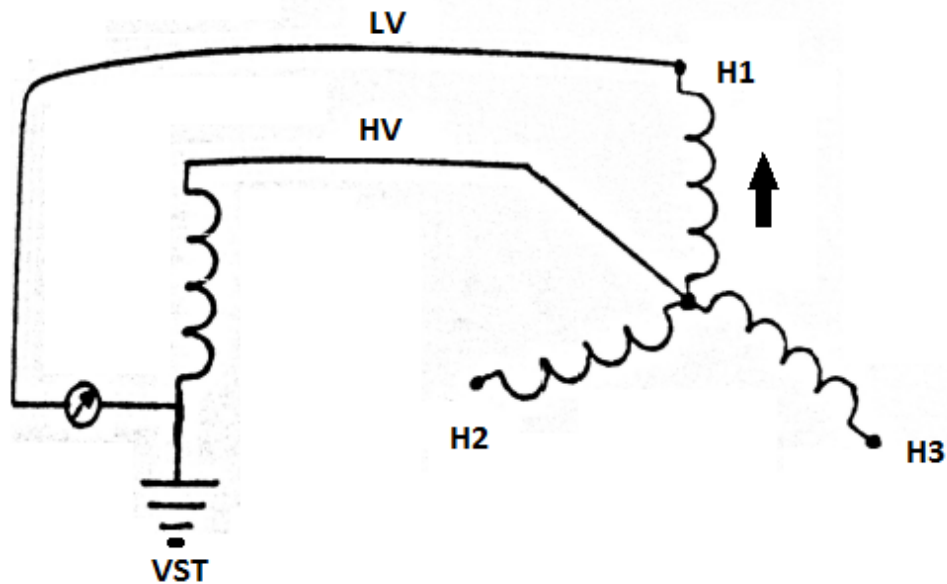


Figura 16 d).

Medición de I_e , en un transformador en devanado de A.T. conectado en estrella (método alterno).

I_e		LINEA	UST	TIERRA	FLOTANTE
H0	H1	H0	H1	#	H2 H3, _x 1 _x 2 _x 3
H0	H2	H0	H2	#	H1 H3, _x 1 _x 2 _x 3
H0	H3	H0	H3	#	H1 H2, _x 1 _x 2 _x 3

Si el devanado de B.T. (X) está conectado en estrella, XO se conecta a tierra.

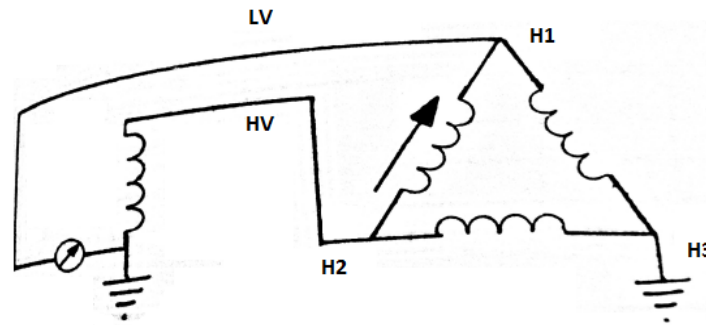


Figura 16e

Medición de I_e en un transformador con devanado de a.t. conectado en delta (modo alterno).

I_e		LINEA	UST	TIERRA	FLOTANTE
H2	H1	H2	H1	H3, #	X1 X2X3
H3	H2	H3	H2	H1, #	X1 X2X3
H1	H3	H1	H3	H2, #	X1 X2X3

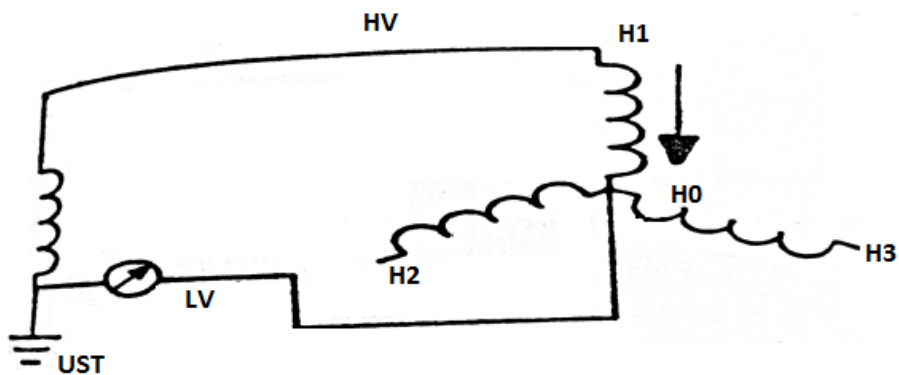


Figura 16 bMedición de I_e en un transformador con el devanado conectado en delta (método rutinario).



3-12

POSICIÓN DEL TAP	KV DE PRUEBA	MVA Med. # H1 - HO + H1 - HO	I_e (Ma) # H1 - HO + H1 - HO	Kv de PRUEBA	MVA medidos # H2- HO+H2-H3	I_e (Ma) # H2-HO + H2-H3

POSICIÓN DEL	KV MVA MEDIDAS # H3 – HO + H3 - H1	I_e (Ma) # H3 – HO + H3 – HO

Para devanados en estrella.

+ Para devanados en delta.

La prueba de excitación de puesta en servicio, así como los que se efectúan en el transcurso de la operación del equipo es una adición importante al conjunto de pruebas que se efectúan a un transformador de potencia.

Es de fundamental importancia que al salir de la fábrica, en los nuevos transformadores, se haga la prueba de excitación y se comparen los valores de prueba con los de puesta en servicio en el lugar de operación, con los de la fábrica primero, y posteriormente con los que se obtengan de las pruebas que se hagan para fines de mantenimiento preventivo o después de reparación.

I_e		LINEA	UST	TIERRA	FLOTANTE
H1	H2	H1	H2	H3, #	X1 X2 X3
H2	H3	H2	H3	H1, #	X1 X2 X3
H3	H1	H3	H1	H2, #	X1 X2 X3

La prueba de excitación puede detectar fallas de los devanados que de otras pruebas no los perciben evitando que se presenten mayores daños al transformador de potencia si éste fuera energizado nuevamente.

PRUEBA DE POTENCIAL APLICADO

La prueba de potencial aplicado se debe hacer aplicando la tensión de prueba entre cada devanado y todos los otros devanados conectados a tierra. “figura 3-17” La tensión de prueba debe ser la correspondiente a la clase de aislamiento del devanado.

Clase de aislamiento (KV)	POTENCIA PLICADA (KV) 1 MIN. (60 H ₂)
1.2	10
8.6	25
15	34
18	45
25	45
34.5	70

Tabla (13) tensión aplicado de acuerdo a la clase de aislamiento.

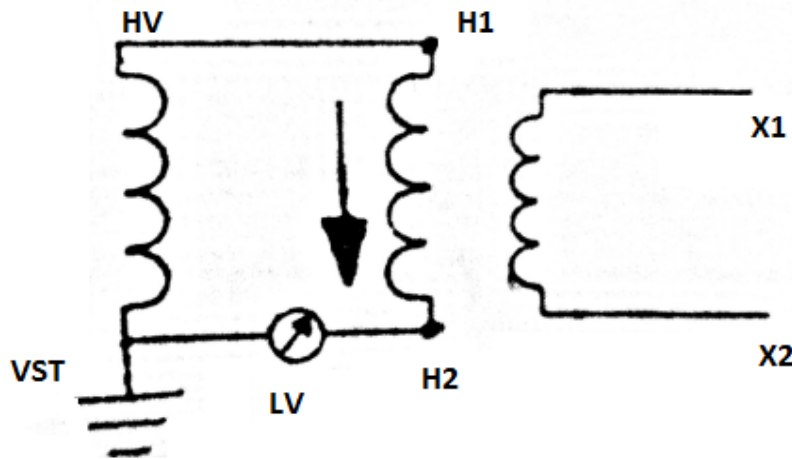


Fig. 17 Potencial aplicado.

3.6 DETERMINACIÓN DE LOS PARÁMETROS DEL TRANSFORMADOR EMPLEANDO LAS PRUEBAS DE CORTO CIRCUITO Y CIRCUITO ABIERTO

El comportamiento de un transformador bajo cualquier condición de operación puede ser predicho a partir de su circuito equivalente. Tanto los fabricantes como los usuarios

tienen necesidad de conocer los elementos del circuito equivalente. Las dimensiones de los elementos del circuito equivalente aproximado pueden conocerse mediante dos pruebas a saber la prueba de circuito abierto y la prueba corto circuito.

En la prueba circuito abierto una fuente de voltaje se conecta a uno de sus pares de terminales y el par restante se deja en circuito abierto, por lo que no circulará corriente a través de él.

Supongamos que la fuente se conecta al lado primario y el lado secundario permanecerá abierto (la suposición puede hacerse al contrario). En este caso el diagrama de circuito equivalente más conveniente a utilizar es el de la figura 3-8 (a) con $I_2 = 0$ y por lo tanto $I'_2 = 0$, en virtud de su relación de transformación la ecuación 3-16. En estas condiciones a través de la impedancia Z_{E1} no circulará corriente y el circuito se reduce a la admitancia:

$$Y_{\phi 1} = \frac{I_{1oc}}{V_{1oc}}$$

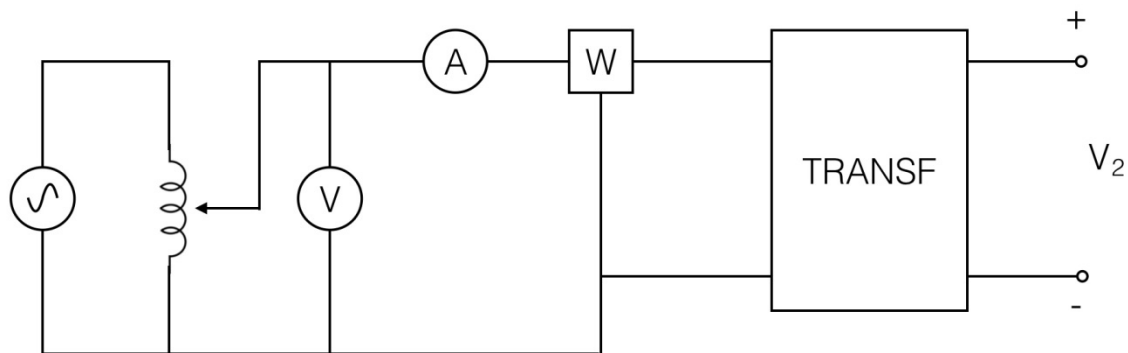


Figura 3-18 prueba de O.C

Y entonces podemos calcular la magnitud de $V_{\phi 1}$:

$$Y_{\phi 1} = \frac{I_{1oc}}{V_{1oc}}$$

$$\cos\theta_{\phi} = \frac{P_{oc}}{V_{1oc}I_{1oc}}$$



$$Y_{\phi_1} = Y_{\phi_1} \angle \theta_{\phi_1}$$

La parte real e imaginaria de Y_{ϕ_1} se puede obtener por:

$$G_{c_1} = Y_{\phi_1} \cos \theta_{\phi}$$

$$B_{m_1} = Y_{\phi_1} \sen \theta_{\phi}$$

Tenga en cuenta que el ángulo θ_{ϕ} es negativo.

Si la prueba se hubiese hecho en el secundario el circuito equivalente aproximado a utilizar sería el de la figura 3-8 b, lo cual permitiría calcular Y_{ϕ_2} , independiente de cuál de los lados del transformador se energice, podremos referir la admitancia de uno a otro lado del transformador mediante la relación $Y_{\phi_2} = a^2 Y_{\phi_1}$, el valor del voltaje utilizado debe ser el nominal, debido a que la admitancia es no lineal y puede tener diferentes valores a diferentes voltajes.

El cálculo de la impedancia Z_{e1} o Z_{e2} puede realizarse mediante la prueba de corto circuito. Nuevamente aplicaremos voltaje a un par de terminales, pero ahora el otro par lo ponemos en corto circuito. Por ejemplo conectamos la fuente al lado secundario y entonces $V_1 = 0$. El voltaje se incrementará de manera gradual hasta que se alcance la corriente nominal. Utilizaremos para este caso el circuito equivalente de la figura 3-8(c), en este caso el voltaje a través de la Y_{ϕ_2} es casi cero y por lo tanto el circuito se reduce a:

$$Z_{e2} = \frac{V_{2sc}}{I_{2sc}} \quad (3-10)$$

$$\cos \theta_c = \frac{P_{sc}}{V_{2sc} I_{2sc}} \quad (3-11)$$

$$Z_{e2} = Z_{e2} \angle \theta_c \quad (3-12)$$

Y entonces:

$$R_{e2} = Z_{e2} \cos \theta_c \quad (3-13)$$

$$X_{e2} = Z_{e2} \sen \theta_c \quad (3-14)$$

La prueba pudo haberse realizado en el primario y habríamos obtenido Z_{e1} .

El circuito mostrado en la figura 3-19 Indica la forma de hacer la prueba de corto circuito:

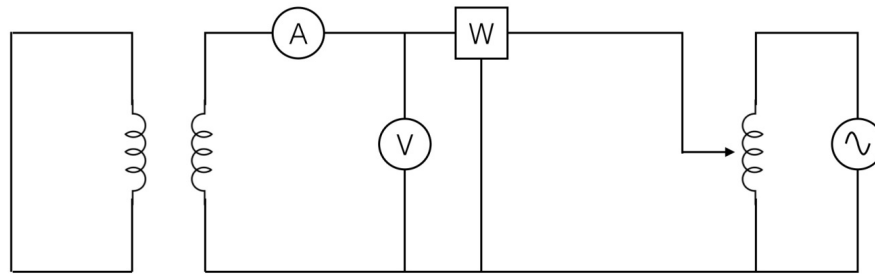


Figura 3-19 prueba de corto circuito.

3.8 Cálculo de regulación de tensión

Lo extensamente analizado en un transformador de potencia es el efecto de sus imperfecciones, y el circuito equivalente aproximado es la mejor herramienta para su análisis.

Si las imperfecciones fueran despreciadas, el valor *r. m. s* del voltaje primario V_1 , sería “*a*” veces el valor *r. m. s* del voltaje secundario V_2 . Debido a las imperfecciones representadas por la impedancia Z_{e1} , hay una diferencia entre las magnitudes de V_1 y V_2 . La diferencia depende de que esté conectado a los dos pares de terminales a lo que se le llama condiciones de operación del transformador. Ya que hay un número infinito de condiciones de operación posibles, se define un concepto que nos indica que tan cercano esta un transformador a la relación del voltaje ideal.

Iniciemos por definir el concepto de condiciones nominales de un transformador de potencia. Esto implica considerar voltaje y corriente nominales en el lado secundario. Estos valores llamados nominales son los valores para los cuales se diseñó el transformador y a los cuales puede operar de manera satisfactoria. Nótese que no se den relaciones de fase entre estos valores nominales de corriente y voltaje. Entonces en un transformador operado bajo estas condiciones sería:

$$V_2 = V_{2nom} \quad (3-41)$$

Y por lo tanto $I_2 = I_{2nom} = \frac{S_{nom}}{V_{2nom}} \quad (3-42)$



Las valores nominales de un transformador son los que aparecen los datos de placa de un transformador, también aparece el valor nominal del voltaje primario. La razón y propósito de establecer estos valores nominales es obtener el valor exacto de la relación de transformación:

$$a = \frac{V_{v1nom}}{V_{2nom}} \quad (3-43)$$

Sin embargo, el voltaje en terminales del primario bajo condiciones nominales es, en general, diferente, de V_1 nominal. El valor real depende las condiciones de operación y puede ser calculado de cualquier circuito equivalente. La elección del circuito equivalente para el cálculo del voltaje es quien no requiere del cálculo ninguna corriente, así para calcular V_1 , dado V_2 e I_2 , podemos elegir el circuito de la figura 3-8 (a) y así podemos escribir la ecuación fasorial:

$$V_1 = aV_2 + Z_{e1} \frac{I_2}{a}$$

O podemos elegir el circuito de la figura 3-8 c y entonces escribir:

$$\frac{V_1}{a} = V_2 + Z_{e2} I_2$$

O bien

$$V_1 = a(V_2 + Z_{e2} I_2) \quad (3-45)$$

Lo cual viene a ser exactamente lo mismo. En ambos casos los valores nominales serán sustituidos por V_2 e I_2 . Note que si se hubiera optado por el circuito equivalente de la figura 3-8b o 3.8d, se hubiera requerido primero resolver para la ecuación de la corriente. Que tan lejos estaremos de un transformador ideal depende de la diferencia entre las magnitudes del voltaje V_1 , y el voltaje aV_2 a esta diferencia la normalizaremos dividiéndola entre el valor nominal y la llamamos regulación de voltaje:

$$\mathcal{R} = \frac{V_1 - aV_2}{aV_2} = \frac{V_1/a - V_2}{V_2} \quad 3-46$$

Donde V_2 es el voltaje nominal y V_1 o V_1/a es calculado de la ecuación 3-44 o 3-45.

Note que la regulación depende del desfaseamiento entre V_2 e I_2 , pero que los voltajes en la ecuación 3-46, están expresados como magnitudes, no como fasores.

La regulación también puede ser definida en términos de voltaje sin carga y voltaje de plena carga. Si permitimos que el transformador bajo condiciones de plena carga (es decir sus valores de voltaje y corriente secundarios nominales) dado por las ecuaciones 3-41 y 3-42. Esto requiere que el voltaje de entrada sea ajustado de acuerdo al valor obtenido de la ecuación 3-44 o 3-45. Ahora desconectemos la carga, esto hace que $I_2 = 0$, podemos

observar que el voltaje de salida V_2 , es igual V_1/a . Esto hace que la regulación pueda ser expresada como:

$$\mathcal{R} = \frac{V_{2sc} - V_{2pc}}{V_{2pc}} \quad 3-47$$

Donde

V_{2sc} – voltaje secundario sin carga.

V_{2pc} – voltaje secundario a plena carga.

Podemos representar la ecuación 3-45 por medio de un diagrama fasorial y de esta manera ilustrar como la regulación de un transformador depende del factor de potencia de la carga, figura 3-11 (a) muestra el diagrama fasorial en el que la corriente está en fase con el voltaje (la carga es resistiva y por lo tanto el factor de potencia es unitario), mientras que la figura 3-11 (b) la corriente va atrás del voltaje (la carga es inductiva y el factor de la potencia es atrasado) y la figura 3-11 (c) muestra el diagrama en el que la corriente adelanta el voltaje (la carga es capacitiva, por lo que el factor de potencia es adelantado).

En cada caso la caída de voltaje Z_{e2} e I_2 debe ser muy pequeña comparada con V_2 , (en los diagramas no se muestra tan pequeña para exagerar los resultados en la regulación). La regulación en el caso (b) es mucho más grande que en el caso (a), mientras que el caso (c) es negativa:

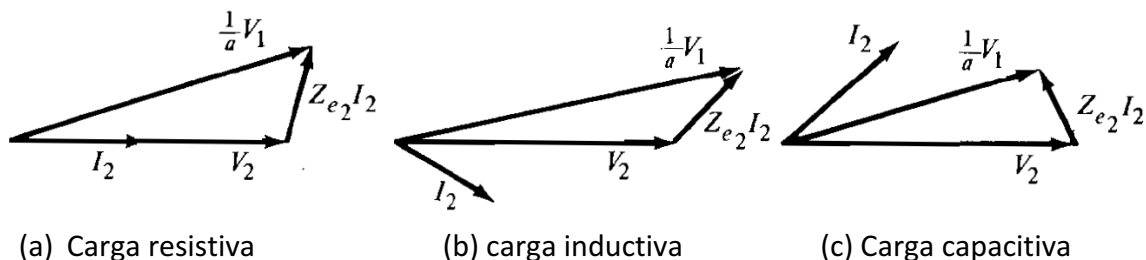


Fig. 3-11 Regulación de Voltaje.

3.9 Determinación de las pérdidas y cálculo de la eficiencia.

Se puede notar en el circuitos equivalentes del transformador estos contienen tanto elementos resistivos como elementos inductivos, lo cual implica que este consume tanto potencia real como potencia reactiva.

En los transformadores las pérdidas son identificadas como perdidas del núcleo (histéresis y corrientes parasitas) de material ferromagnético y las llamadas pérdidas de cobre causadas por la energía consumida por la resistencia propia del material conductor de los



derivados (usualmente cobre). En términos de circuito equivalente aproximado, las pérdidas del núcleo son representadas por la parte real de la admitancia Y_{ϕ_1} o Y_{ϕ_2} y las pérdidas del cobre por la parte real de la impedancia, Z_{e1} o Z_{e2} .

Para obtener una expresión matemática de la potencia de pérdidas, se elige el circuito equivalente que más convenga según sea el caso. Así las pérdidas del cobre pueden ser escritas de la figura 3-8 (b) o (c) como:

$$P_{cu} = R_{e1} I_1^2 = R_{e2} I_2^2 \quad 3-48$$

La aproximación se debe a que I_2 no es exactamente igual con a I_1 . De hecho ambas expresiones son una aproximación debido a que el circuito equivalente aproximado se construyó desplazando la rama de magnetización en el circuito equivalente original. El punto es que tal aproximación es permisible debido a que las pérdidas del núcleo son mucho muy pequeñas comparadas con las pérdidas del cobre.

Las pérdidas del núcleo puede ser obtenidas de maneras sencillas haciendo uso de los circuitos equivalentes de la figuras 3-8 (a) o (d), esto es:

$$P_c = G_{c1} V_1^2 = G_{c2} V_2^2 \quad 3-49$$

Donde G_{c1} y G_{c2} , son la parte real Y_{ϕ_1} y Y_{ϕ_2} respectivamente. La aproximación en esta última expresión y por las mismas razones esgrimidas en las aproximaciones de la expresión 3-48.

La eficiencia de un transformador depende de sus condiciones de operación. En la mayoría de los casos de interés, los valores de la eficiencia son calculados basándose en voltaje de salida nominal, pero no puede ser limitada a la corriente de salida nominal dado que la eficiencia varía con la magnitud y el ángulo de fase de la corriente de la carga.

La eficiencia de cualquier dispositivo está definido como la potencia de salida dividida entre la potencia de entrada, y el transformador eléctrico no es la excepción, luego:

$$\eta = \frac{P_{sal}}{P_{ent}} = \frac{P_{sal}}{P_{sal} + P_{perd}} = \frac{P_{sal}}{P_{sal} + P_c + P_{cu}} \quad 3-50$$

Dónde:

η = Eficiencia.

P_{sal} = Potencia de salida.

P_{ent} = Potencia de Entrada.

P_{perd} = Potencia de pérdidas.

P_{cu} = Potencia de pérdidas del cobre.

P_c = Potencia de pérdidas del núcleo.



Usando el circuito equivalente de la figura 3-8 d la expresión 3-50 lo podemos escribir como:

$$\eta = \frac{V_2 I_2 \cos \phi}{V_2 I_2 \cos \phi + G_c V_2^2 + R_{e2} I_2^2} \quad 3-51$$

Donde V_2 es V_{2nom} y ϕ es el ángulo de desfaseamiento entre V_2 e I_2 . Note que las únicas variables en la ecuación 3-51 son I_2 y ϕ que son determinados por la carga. Obsérvese que las pérdidas de núcleo son constantes (no depende de la carga), mientras que las pérdidas del cobre son proporcionales al cuadrado de la corriente de la carga.

La figura 3-12 muestra como la potencia de pérdidas y la eficiencia de un transformador varían en la carga, para un valor constante del factor de potencia. La abscisa puede ser la corriente de carga I_2 , por medio de un cambio de escala, la potencia aparente $V_2 I_2 \cos \phi$. Sin carga, la eficiencia es cero por que potencia de la salida es cero, mientras que la entrada no lo es (es igual a las pérdidas del núcleo). Con el incremento de la carga la eficiencia aumenta hasta llegar a un máximo y posteriormente disminuye y tiende a cero (la curva es asintótica con la abscisa) debido al rápido crecimiento de las pérdidas del cobre. La ecuación 3-51 muestra que el límite de η cuando $I_2 \rightarrow \infty$.

El valor máximo de la eficiencia puede ser calculado mediante la derivación de la ecuación 3-51 con respecto a I_2 , recordemos que V_2 y ϕ son constantes. Así tendremos que:

$$\frac{d\eta}{dI_2} = 0 \quad 3-52$$

de lo cual resulta que:

$$G_c V_2^2 = R_{e2} I_2^2 \quad 3-53$$

Lo que indica que se tiene eficiencia máxima cuando las pérdidas del núcleo son iguales a las pérdidas del cobre.

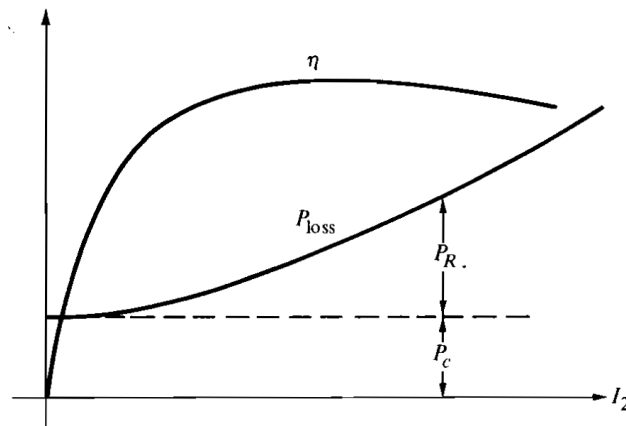


Figura 3-12 pérdidas y eficiencia.



Si la curva de la figura 3-12 es tratada para un factor de potencia diferente, la curva de pérdidas permanece inalterada, pero la eficiencia tendrá un valor más alto para $F.P$ unitario y decrecerá cuando el factor de potencia disminuye como puede verse en la ecuación 3-51.

4 CONEXIONES DE TRASFORNADORES

4.1 Conexiones trifásicas

Antes de iniciar con las conexiones trifásicas, recordaremos algunos conceptos importantes.

Dada la necesidad del uso de transformadores, ellos deben ser alimentados con corriente alterna (C.A). Esto hace que nos preguntemos como podemos obtener un flujo de potencia uniforme.

Consideremos el voltaje y la corriente senoidales:

$$v(t) = V_{max} \cos(\omega t + \alpha) \quad 4-1$$

$$i(t) = I_{max} \cos(\omega t + \beta) \quad 4-2$$

El valor de la potencia instantánea es el producto de los valores instantáneos del voltaje y la corriente:

$$p(t) = V_{max} \cos(\omega t + \alpha) I_{max} \cos(\omega t + \beta) \quad 4-3$$

Si aplicamos la identidad trigonométrica:

$$\cos x \cos y = \frac{1}{2} [\cos(x + y) + \cos(x - y)]$$

La ecuación (4-3) se transforma en:

$$P(t) = \frac{V_{max} I_{max}}{2} [\cos(2\omega t + \alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta)] \quad 4-4$$



Finalmente sustituimos los valores máximos en función de los valores *rms*, $V_{max} = V\sqrt{2}$
e $I_{max} = I\sqrt{2}$ 4-5

Donde $\theta = \alpha - \beta$

$$p = VI\cos(2\omega t + \alpha + \beta) + VI\cos\theta \quad 4-6$$

La figura 4-1 muestra la forma de onda de la función $P(t)$ para valores arbitrarios de V , I y ϕ , eligiendo el eje de referencia de tal manera que $\alpha + \beta = 0$.

Se puede notar que la potencia es pulsante y de una frecuencia del doble de la del voltaje la corriente, de esta manera se hace negativa dos veces durante el periodo. Esto es indeseable en la conversión electromecánica de la potencia pues produce ruido y vibraciones. Nada de esto pasa cuando la potencia eléctrica es de un sistema de potencia trifásico balanceado. La idea es agregar tres curvas como la de la figura 4-1, desplazadas una de otra por una tercera parte del período pero idénticas en las demás características. La suma de las tres componentes pulsantes da cero, y la potencia total es constante. El campo magnético rotatorio estudiado en el análisis de máquinas eléctricas es una manifestación de este hecho.

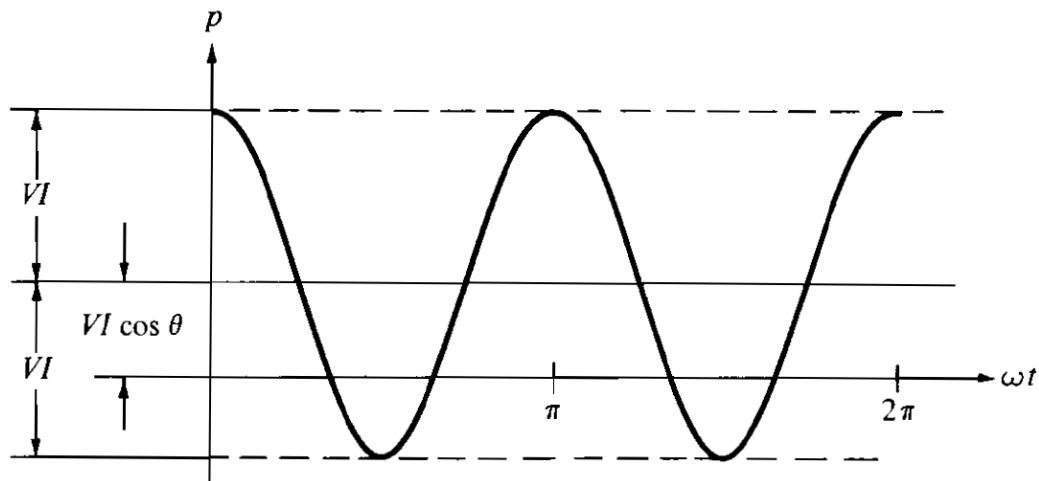


FIGURA. 4.1 potencia monofásica.



CIRCUITOS TRIFÁSICOS

En virtud de que los lectores ya deben estar muy familiarizados con este tema, esto será un mero recordatorio sumamente breve.

Una fuente trifásica es un juego de tres fuentes monofásicas cuyos voltajes son senoidales de igual amplitud y frecuencia, desfasada entre sí por 120° lo cual es una tercera parte del periodo. Por ejemplo:

$$v_1(t) = V_{max} \cos \omega t$$

$$v_2(t) = V_{max} \cos (\omega t - 120^\circ) \quad 4-6$$

$$v_3(t) = V_{max} \cos (\omega t + 120^\circ)$$

Donde la secuencia de fases es 1-2-3, debido a que V_2 sigue a V_1 , etc. En términos de fasores *rms*:

$$\begin{aligned} V_1 &= VL \angle 0^\circ \\ V_2 &= VL \angle -120^\circ \\ V_3 &= VL \angle +120^\circ \end{aligned} \quad 4-7$$

Es importante mencionar que la suma de tres cantidades simétricas, tanto si son voltajes como si son corrientes es siempre cero. Esto puede ser demostrado gráficamente mediante los factores (4-7) o analíticamente con los mismos factores o con las ecuaciones (4-6).

No es complicado obtener estos tres voltajes en un generador, se verá cuando el lector curse la asignatura de maquina síncrona. Por el momento sólo veremos cómo conectar tres generadores monofásicos para formar una unidad trifásica, hay dos formas básicas de conexión la conexión delta Δ y la conexión estrella (γ) la figura 4-2 muestra estas formas de conexión:

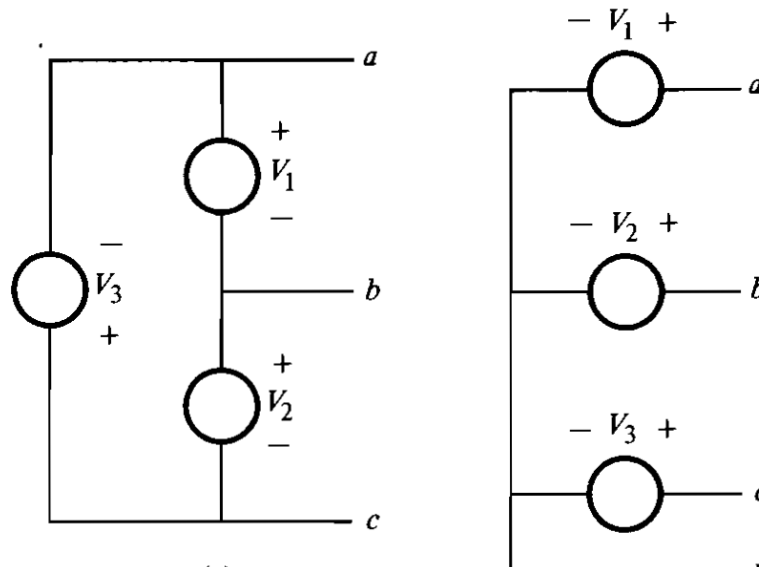


Fig. 4.2 fuentes trifásicas: a) delta; b) estrella.

Se hace una importante entre los voltajes de fase (estos son los voltajes a través de cada fuente) y los voltajes de línea (estos son los voltajes entre cada par de líneas terminales). Para una conexión de alta esta conexión es trivial porque los dos voltajes son los mismos Figura (4-2 a):

$$\begin{aligned} V_1 &= V_{ab} \\ V_2 &= V_{bc} \\ V_3 &= V_{ca} \end{aligned} \quad 4-8$$

Estas ecuaciones pueden ser escritas de manera más simple con el subíndice p para fase y l para Línea:

$$V_l = V_p \quad 4-9$$

Para la conexión estrella sin embargo, figura 4-2- b muestra que los voltajes de fase son los voltajes a neutro:

$$\begin{aligned} V_1 &= V_{an} \\ V_2 &= V_{bn} \\ V_3 &= V_{cn} \end{aligned} \quad 4-10$$

Y la relación entre cada voltaje de línea y los voltajes de la fase adyacente se pueden encontrar mediante la aplicación de la ley de voltajes de Kirchhoff en la figura 4-2b resultando que:

$$V_l = \sqrt{3} V_p \angle \pm 30^\circ \quad 4-11$$

Donde el signo depende de la secuencia de fases.

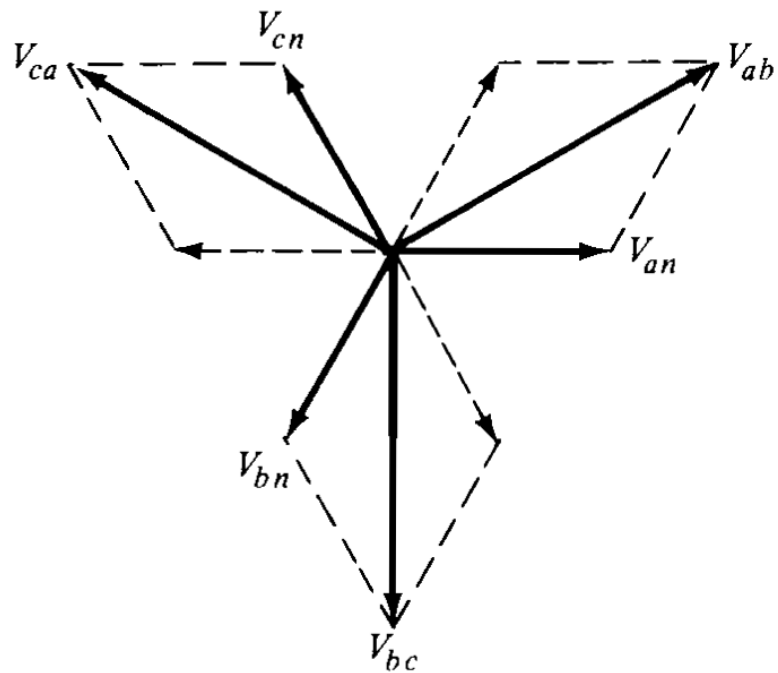


Fig. 4.3 Voltaje de línea y de fase para la conexión Y.

Todo lo anteriormente expuesto concierne a voltaje, la corriente depende de la carga. La figura 4-4 muestra una carga trifásica en conexión Δ y otra en conexión Y. Cualquiera de las dos configuraciones puede ser conectada a las terminales a, b, c independientemente de que la fuente esté conectada en Δ o en Y. Si ambas, la fuentes y la carga están conectadas en Y, sus neutros pueden ser conectados formando un sistema de cuatro hilos como lo muestra la figura 4-5.

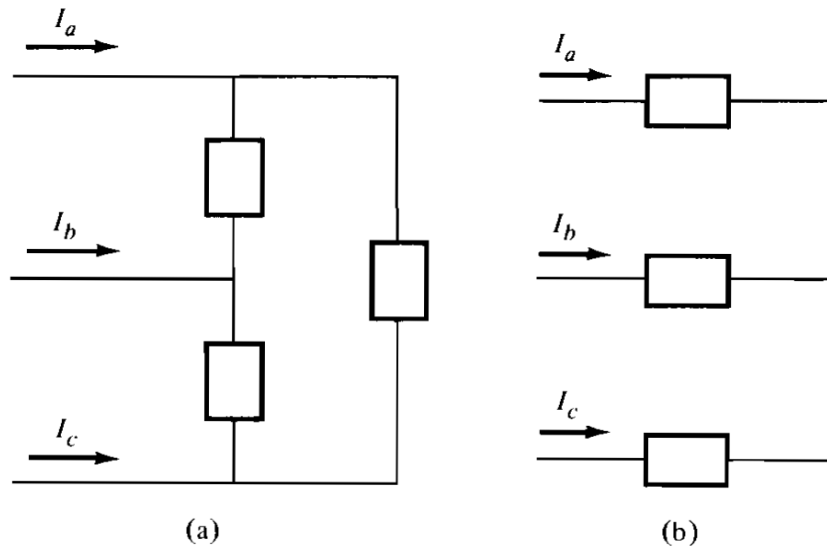


Fig. 4.4 carga trifásica. a) Δ b) Y

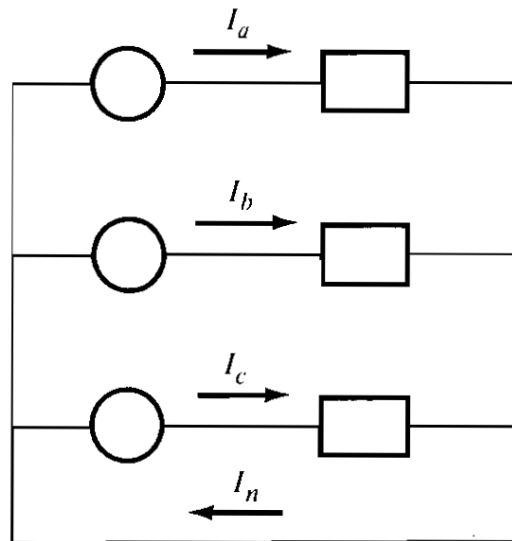


Fig. 4.5 sistema de 4 hilos.

De forma análoga a la distinción entre voltaje de línea y de fase, hay corriente de línea (en las tres líneas a, b, c conectando las terminales de la Fuente con las terminales de la carga) y las corrientes de fase (en cada una de las tres cargas). En la carga conectada Y , las corrientes de línea son las mismas que las de la fase. (Ver figura 4-4b y 4-5)



$$I_l = I_p \quad 4-12$$

Si hay un neutro como en la figura 4 - 5 por el que circula la corriente de retorno I_N , en el caso de una carga balanceada es cero (tres cargas idénticas en Δ o en Y).

En una carga conectada en Δ las tres corrientes de línea son relacionadas con tres corrientes de fase de acuerdo con la ley de corrientes de Kirchhoff. Para una carga balanceada la relación en estado estable entre corriente de línea y corriente de fase (ver fig. 4-6) es:

$$I_L = \sqrt{3}I_p \angle \pm 30^\circ \quad 4-12$$

Con el signo menos o más dependiendo de la secuencia de fases todo lo anterior lo podemos resumir en la tabla:

	Δ	Y
V_L	V_P	$\sqrt{3} V_P$
I_L	$\sqrt{3} I_P$	I_P

Tabla 4.1

POTENCIA TRIFÁSICA.

Consideremos la potencia instantánea expresada por la ecuación 4-5 y representada gráficamente por la figura 4-1 como la potencia de una fase de un circuito trifásico balanceado, con V e I representando los valores *rms* de voltajes y corrientes de fase. Así la potencia en las otras dos fases se puede obtener sustituyendo $\omega t - 120^\circ$ y $\omega t + 120^\circ$ respectivamente, por ωt y la potencia total de las tres fases será:

$$P(t)_{3\phi} = V_p I_p [\cos(2\omega t + \alpha + \beta) + \cos(2\omega t + \alpha + \beta + 120^\circ)] + \cos(2\omega t + \alpha + \beta - 120^\circ) = V_p I_p \cos\theta \quad 4-13$$

El termino entre corchetes es la suma de tres funciones senoidales desfasadas 120° lo cual ya demostramos anteriormente da como resultado cero. Entonces:

$$P(t)_{3\phi} = P_{3\phi} = 3V_p I_p \cos\theta \quad 4-14.$$

La cual es evidente que no es pulsatoria, lo que podemos concluir que en un sistema trifásico balanceado, la energía es generada, transmitida y consumida de una manera uniforme.



La ecuación 4-14 podemos expresarla en función del voltaje y la corriente de línea, recordemos que la conexión $\Delta V_p = V_l/\sqrt{3}$ y la conexión $Y I_p = I_l/\sqrt{3}$, cualquiera que sea la conexión:

$$P_{3\phi} = \sqrt{3} V_l I_l \cos \theta \quad 4-15$$

Sólo recordemos siempre que θ es el ángulo de desfase entre voltaje y la corriente de fase, nunca de los valores de línea.

Similar razonamiento es aplicado para la potencia reactiva y para la potencia aparente. Entonces para un circuito trifásico balanceado:

$$Q_{3\phi} = 3V_p I_p \text{ sen}\theta = \sqrt{3} V_l I_l \text{ sen}\theta \quad 4-16$$

$$S_{3\phi} = 3V_p I_p = \sqrt{3} V_l I_l \quad 4-17$$

Y finalmente la potencia compleja será:

$$S = P + jQ = L\theta \quad 4-18$$

TRANSFORMADORES TRIFÁSICOS

La transmisión de potencia trifásica desde generadores hasta las cargas requiere del uso de transformadores al igual que la potencia monofásica. La transformación de potencia trifásica puede llevarse a cabo con tres transformadores (también llamado banco de transformadores) cuyas bobinas deben ser interconectadas de tal manera que permitan su conexión con las terminales de línea.

Aunque lo más común es hacer uso de una sola unidad trifásica.

Usando las configuraciones básicas Δ y Y , para los primarios y secundarios de transformadores, se pueden elegir 4 diferentes formas de conexión, $\Delta - Y, Y - \Delta, \Delta - \Delta$ o $Y - Y$.

Existen diferentes factores a considerar en la elección entre estas cuatro diferentes formas de conexión:

Puede ser que se requiera el conductor neutro cuando existan cargas monofásicas, o cuando se requiere de dos niveles de voltaje, por ejemplo a nivel residencial se utiliza un voltaje de 127 V , y se pueden requerir alimentar una carga a un voltaje de $\sqrt{3} \cdot 127 = 220\text{ V}$, esto requerirá de una conexión Y en el lado secundario del transformador, como se muestra en la figura 4-6 donde el primario está conectado en Δ . En este diagrama cada uno de los transformadores está encerrado con las líneas punteadas.

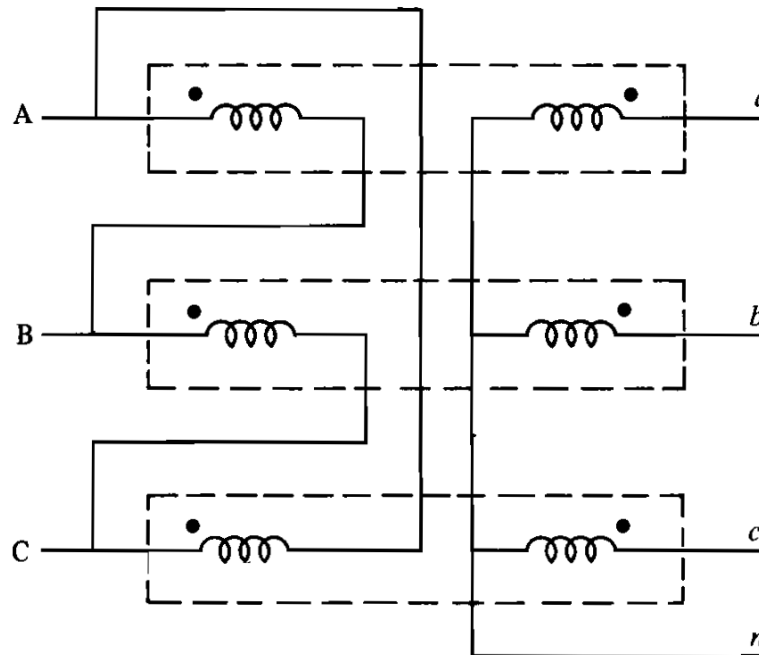


Fig. 4.6 primario en Δ y secundario en Y .

El conductor neutro también puede ser necesario en el lado primario, para la obtención contra sobre voltajes debido a descargas atmosféricas. En este caso el primario del transformador debe estar conectado en Y . Otra razón para usar el conductor neutro es para proveer una trayectoria de retorno para cada corriente, para el caso de cargas desbalanceadas, o para ciertos armónicos, en el caso de corriente no senoidales debidas a cargas no lineales.

Como ya dijimos anteriormente un banco de transformadores puede ser sustituido por una unidad trifásica (que es lo más común), el cual consiste de tres devanados en el primario y otros tres en el secundario enrollados en un núcleo de tres piernas, que constituyen el circuito magnético. Esto permite tener un costo mucho menor que utilizando el banco de transformadores. Aunque por otra parte si se daña una fase habrá que quitar la unidad completa, mientras que sí se tiene un banco, se retira una unidad y se sustituye otra.



Ejemplo 4.1

Tres transformadores monofásicos están conectados en $\Delta - Y$ como se muestra en la figura 4 - 6 cada transformador tiene como valores nominales 100 KVA 2300/13800V, 60Hz.

Se conecta a una carga trifásica de 285KVA con una $F.P = 0.8$ atrasado. El voltaje de línea en el primario es de 2300V, tome como referencia el voltaje V_{AB} y determine todos los factores voltajes y corrientes del banco de transformadores. Considere los transformadores ideales.

Solución:

Si tomamos como referencia V_{AB} tendremos:

$$V_{AB} = 23000 \angle 0^\circ; V_{BC} = 23000 \angle -120^\circ; V_{CA} = 23000 \angle +120^\circ;$$

Y la relación de transformación es:

$$a = \frac{23000}{13800} = \frac{1}{6}$$

Las marcas determinan los voltajes que están en fase, entonces:

$$V_{an} = (Ya) \quad V_{BC} = 13800 \angle 0^\circ$$

$$V_{bn} = (Yb) \quad V_{BC} = 13800 \angle -120^\circ$$

$$V_{cn} = (Yc) \quad V_{CA} = 13800 \angle +120^\circ$$

Podemos usar la ley de voltaje de *KICHHOFF* para determinar los voltajes de línea V_{ab} , V_{bc} y V_{ca} , o sencillamente recordar que

$$V_L = \sqrt{3} V_p \angle +30^\circ, \text{ y entonces:}$$

$$V_{ab} = \sqrt{3} \quad 13800 \angle 0^\circ + 30^\circ = 23900 \angle 30^\circ$$

$$V_{bc} = \sqrt{3} \quad 13800 \angle 120^\circ - 30^\circ = 23900 \angle -90^\circ$$

$$V_{ca} = \sqrt{3} \quad 13800 \angle +120^\circ - 30^\circ = 23900 \angle -150^\circ$$

La corriente de línea en el lado de alta se determina a partir de los datos de la carga.

$$I = \frac{\frac{285 \times 10^3}{3}}{13800} = 6.88 \Delta$$

$\theta = \cos^{-1} 0.8 = 36.90$ por lo tanto esta corriente debe ir atrás del voltaje de fase por 36.90, luego entonces.

$$I_{na} = 6.88 \angle 0^\circ - 36.9^\circ = 6.88 \angle -36.9^\circ,$$

$$I_{nb} = 6.88 \angle -120^\circ - 36.9^\circ = 6.88 \angle -153.9^\circ,$$

$$I_{nc} = 6.88 \angle 120^\circ - 36.9^\circ = 6.88 \angle 83.1^\circ,$$



Las corrientes del primario fluyendo hacia el terminal marcado debe estar en fase con la corriente del secundario fluyendo fuera del terminal marcado. Entonces las corrientes en el devanado primario.

$$I_{AB} = (Ya) \quad I_{na} = (6) 6.88 \angle -36.9^\circ = 41.28 \angle -36.9^\circ,$$

$$V_{BC} = (Ya) \quad I_{nb} = 41.28 \angle -156.9^\circ$$

$$I_{CA} = (Ya) \quad I_{nc} = 41.28 \angle 83.1^\circ - 1^\circ,$$

Para cortar las corrientes I_A , I_B e I_C podremos ampliar la ley de corrientes de Kichhoff o simplemente recordar la regla:

$$I_L = \sqrt{3} I_p \angle -30^\circ, \quad \text{Entonces:}$$

$$I_A = I_{AB} - I_{CA} = \sqrt{3} \quad 41.28 \angle -36.9^\circ - 30^\circ = 71.41 \angle -66.9^\circ$$

$$I_B = I_{AC} - I_{AB} = \sqrt{3} \quad 41.28 \angle -156.9^\circ - 30^\circ = 71.42 \angle -186.9^\circ$$

$$I_C = I_{CA} - I_{BC} = \sqrt{3} \quad 41.28 \angle -83.1^\circ - 30^\circ = 71.42 \angle 53.1^\circ$$

4.2. CONEXIONES DELTA ABIERTA O CONEXIÓN V.

A las conexiones trifásicas de transformadores que vimos anteriormente se les suele llamar conexiones simétricas. Veremos ahora otras formas de conexión a las que llamaremos asimétricas y estas se llevaran a cabo utilizando únicamente dos transformadores monofásicos en lugar de tres.

Con un sistema simétrico de tres voltajes de línea disponible, apliquemos uno de éstos voltajes al devanado primario de un transformador, y apliquemos el otro de los voltajes al devanado primario de un segundo transformador el cual tiene la misma relación de vueltas que el primero. Los voltajes secundarios de éstos transformadores son suficientes para establecer un sistema trifásico simétrico de voltajes.

En la figura 4-7 los dos devanados primarios de los transformadores son conectados a través de los voltajes de línea V_{AB} y V_{BC} y los secundarios son interconectados al punto b . Usando el voltaje V_{AB} como nuestro voltaje de referencia y asumiendo secuencia de fases $a - b - c$, obtenemos los dos voltajes de salida.

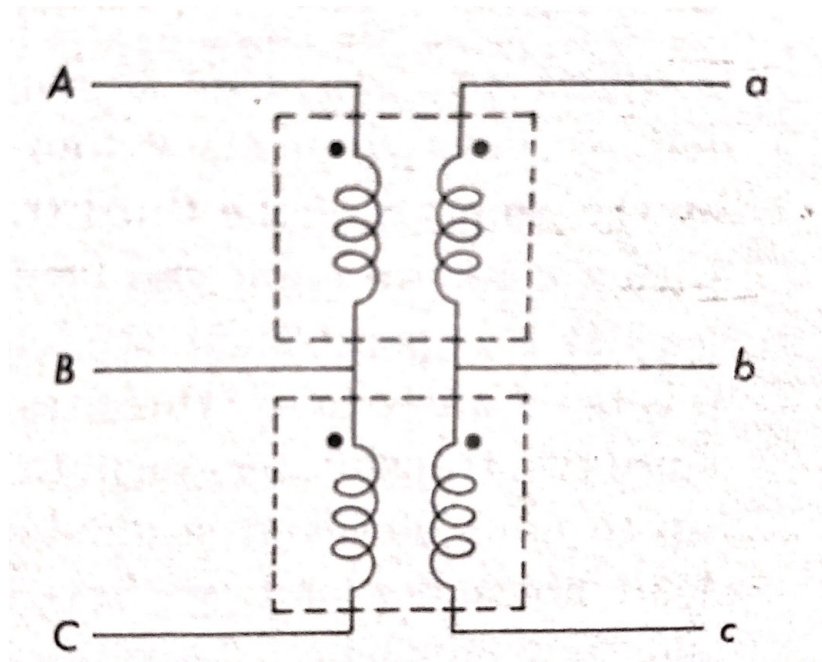


Fig. 4-7 Conexiones asimétricas de transformadores.

$$V_{ab} = \frac{1}{a} V_{AB} = \frac{1}{a} V_{L1} = \angle 0^\circ \quad 4 - 19$$

$$V_{bc} = \frac{1}{a} V_{BC} = \frac{1}{a} V_{L1} = \angle 0^\circ \quad 4 - 20$$

Aplicando la ley de voltajes de Kirchhoff podemos encontrar V_{ca} .

$$V_{ca} = V_{cb} + V_{bc} \quad 4. 21$$

Sustituyendo las ecuaciones 4-19 y 4-20 en la ecuación 4-21 o desarrollando gráficamente la operación fasorial, como se muestra en la figura 4-8, podemos descubrir que los voltajes de línea en las tres terminales de salida, a , b y c constituyen un sistema trifásico simétrico, justamente como si tuviéramos un generador trifásico o como si tuviéramos conectado un transformador trifásico convencional.

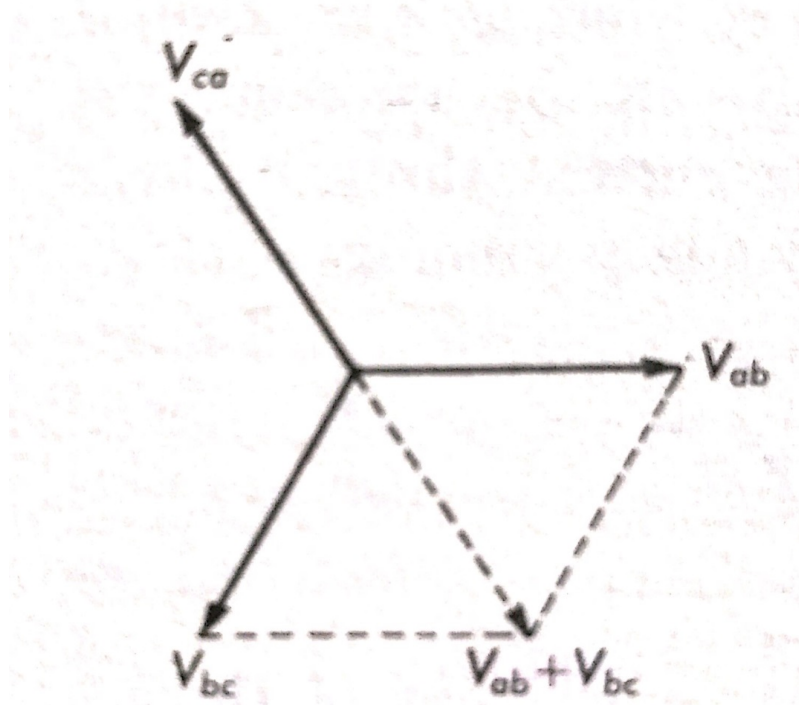


Fig.4-8 Diagrama fasorial de voltajes.

Los dos transformadores de la figura 4-7 pueden ser vistos como dos de tres transformadores conectados en $\Delta - \Delta$ la presencia del 3^{er} transformador es completamente innecesaria en lo que a la transformación de voltaje trifásico se refiere. Si la delta fuera completada agregando un 3^{er} transformador con su devanado primario conectado a las terminales A y C , y el secundario entre a y c , los voltajes permanecieron inalterados.

La conexión de los transformadores de la figura 4-7 es llamada delta abierta (significa que la conexión delta es alterada al desconectar uno de los transformadores que la forman) o V_e (ya que estos dos elementos dibujados adecuadamente forman una letra V).

Así las cosas, un estudiante observador podría decir “y para qué diablos conectamos tres transformadores si obtenemos el mismo resultado conectando solamente dos”, o tal vez, en lugar de diablos, podría decir otro calificativo más colorido. Entonces tendríamos que calmar sus ansias de novillero y le diríamos que hasta ahora hemos analizado la conexión V sin carga, por lo que hemos observado el comportamiento solamente de los voltajes y no de las corrientes. Analicemos pues cómo se comporta nuestra conexión V cuando alimentamos una carga trifásica balanceada como se muestra en la figura 4-9.

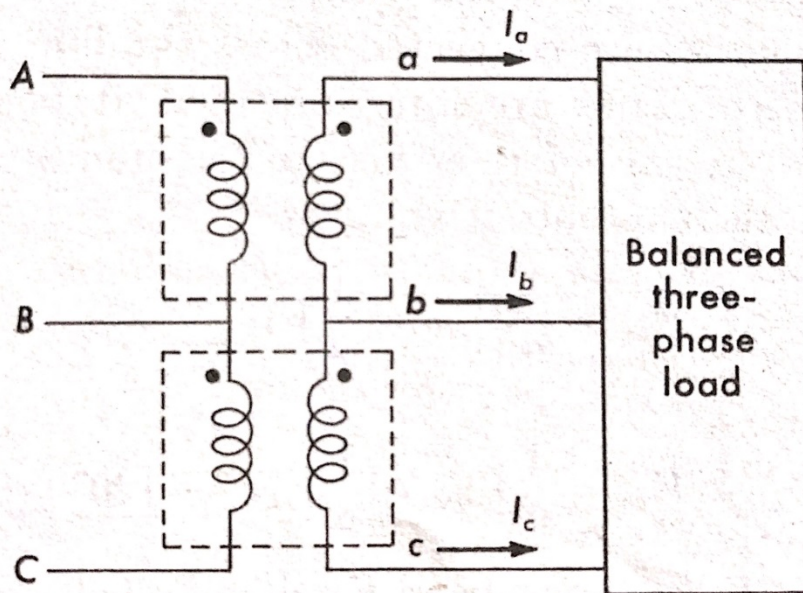


Fig. 4-9 corrientes en una conexión V.

Las corrientes son las mismas independientemente de la carga que sea conectada en un banco de tres transformadores conectados en Δ o a un banco de dos transformadores conectados en V o inclusive serían las mismas si los tres transformadores conectan en Y . Una carga trifásica balanceada de una potencia aparente S tendrá una corriente de línea cuya magnitud es:

$$I_{L2} = \frac{S}{\sqrt{3} V_{L2}} \quad 4-22$$

Donde I_{L2} y V_{L2} son las magnitudes de las corrientes y los voltajes de línea en el secundario de los transformadores. En circuito de la figura 4-9 se muestra claramente que las corrientes de línea I_a e I_c están fluyendo a través de cada uno de estos devanados secundarios de los transformadores, y que los voltajes a través de estos devanados es uno de los voltajes de línea del secundario.

Como ya dijimos anteriormente (y si no lo hemos dicho, lo decimos ahora) el tamaño y por lo tanto el costo de un transformador de potencia es esencialmente determinado por los KVA nominales, que es la potencia aparente más alta a la cual un transformador puede operar continuamente sin sobrecalentarse.

Si nuestros dos transformadores conectados en V tuvieran la capacidad para alimentar la carga trifásica balanceada mencionada anteriormente, entonces cada transformador debe tener una potencia aparente nominal igual a:

$$S_t = V_{L2} I_{L2} \quad 4.23$$



Sustituyendo la ecuación 4-22 en la ecuación 4-23

$$S_t = V_{L2} \frac{s}{\sqrt{3} V_{L2}} = \frac{s}{\sqrt{3}} = 0.5785 \quad 4.24$$

Ahora podemos ver que la suma de los KVA nominales de los transformadores conectados en V debe ser mucho más alta que la potencia aparente requerida por la carga, en contraste con cualquier conexión simétrica de tres transformadores cuya combinación de sus KVA nominales es igual a la potencia aparente de la carga. La explicación de esta diferencia radica en el hecho de que la potencia aparente es la magnitud de la potencia compleja la cual es la suma de un número real y uno imaginario:

$$S = S \angle -\theta = S (\cos \theta - j \sin \theta) = P + jQ \quad 4.25$$

Donde θ es el ángulo por el cual el voltaje adelanta a la corriente, y donde la parte real P es la potencia media, también conocida como potencia real y la parte imaginaria es conocida como potencia reactiva, es arbitrariamente llamada positiva cuando el ángulo θ es negativo. Para cada uno de los transformadores conectados en V , la magnitud de la potencia compleja es la misma ($V_{L2} I_{L2}$), pero el ángulo θ es diferente. Esto explica porque la magnitud de la potencia compleja para los dos transformadores es menor que la suma de las magnitudes de la potencia compleja de cada transformador.

Ejemplo:

Dos transformadores son conectados en delta abierta como se muestra en la figura 4-9. Estos alimentan una carga trifásica balanceada de $100KVA$ a un voltaje de línea de 220 volts y un factor de potencia de 0.8 atrasado. La secuencia de fases es abc (esta información es pertinente porque el circuito del transformador, en contraste con la carga, es desbalanceado). Determine todos los fasores voltajes y corrientes del secundario.

Solución:

En la mayoría de los circuitos trifásicos que involucran cargas trifásicas balanceadas, lo más conveniente es elegir como eje de referencia uno de los voltajes a neutro. (De esta manera podemos asumir que la carga está conectada en Y ; si la carga está realmente conectada en Δ , puede ser remplazada por un equivalente en Y).

Hagamos esto entonces:

$$V_{an} \frac{220}{\sqrt{3}} \angle 0^\circ = 127 \angle 0^\circ; \quad V_{bn} = 127 \angle 120^\circ \text{ y}$$

$$V_{cn} = 127 \angle +120^\circ$$



Entonces los voltajes de línea son:

$$V_{ab} = 220\angle 30^\circ; V_{bc} = 220\angle -90^\circ; V_{ca} = 220\angle 150^\circ.$$

La magnitud de la corriente de línea se puede obtener de la ecuación 4-22:

$$I_{L2} = \frac{100 \times 10^3}{\sqrt{3} \cdot 200} = 262.4A; \theta = \cos^{-1}(0.8) = 36.9^\circ$$

Ya que el factor de potencia de una carga balanceada es el coseno del ángulo entre la corriente y el voltaje de fase, dado que asumimos conexión Y en la carga.

$$I_a = 262.4\angle -36.9^\circ; \quad I_b = 262.4\angle -156.9^\circ; \\ I_c = 262.4\angle -83.1^\circ.$$

Utilicemos este ejemplo para ilustrar lo mencionado anteriormente en relación a las potencias aparente y compleja. Iniciamos con que cada transformador debe tener una potencia aparente nominal de al menos $(220)(262.4)/1000 = 57.73 \text{ KVA}$, que concuerda con el resultado que se obtendría utilizando la ecuación 4-24. Pero el factor de potencia de cada transformador es diferente del de la carga. Para el transformador cuyas terminales están conectadas a las fases a y b , el ángulo entre el voltaje y la corriente es $30^\circ + 36.9^\circ = 66.9^\circ$, y la potencia real de salida de este transformador es $57.78 \cos 66.9^\circ = 22.6 \text{ KW}$. Para el otro transformador el correspondiente ángulo entre I_c y V_{cb} es de 6.9° . La potencia real de este transformador será de $57.8 \cos 6.9^\circ = 57.4 \text{ KW}$. Note que la potencia real total de salida es de $80 \text{ KW} = 57.4 + 22.6$, la cual es igual a la requerida por la carga.

Si un tercer transformador, de $57. \text{KVA}$ nominales, fuera agregado para completar la conexión Δ de primario y secundario, entonces cada secundario podría transportar 262.4 A , y la corriente de línea permisible en el secundario sería de $262.4(\sqrt{3}) = 454 \text{ A}$. Los transformadores podrían entonces de manera segura alimentar una carga de $\sqrt{3}(454)(220) = 173 \text{ KVA}$, lo cual es con mucho mayor que la mitad de los 100 KVA originales. Esto es porque cada uno de estos transformadores opera al mismo factor de potencia que la carga.

4.3 PARALELO DE TRANSFORMADORES.

Ningún sistema puede ser inteligentemente discutido sin una razonable familiaridad de sus componentes. En esta sección estudiaremos algunos casos de interconexión de transformadores, ilustrando como el análisis de un dispositivo es usado en el análisis del sistema al cual pertenece.

Un caso es el uso de varios transformadores para realizar juntos lo que podría hacer con un solo transformador. Esto se hace necesario cuando el trabajo a realizar es tan grande que sería imposible o impráctico construir un solo transformador pues esto elevaría el costo de un sistema de potencia. Conectar más de un transformador cuando el tamaño de la carga es considerablemente grande puede resultar ventajoso cuando por falla o por mantenimiento tenemos que retirar un transformador, el otro o los otros pueden continuar dando servicio a la carga o quizás a parte de ella. Aquí aplica el viejo y conocido principio “No pongas todos los huevos en una canasta”.

Consideramos dos transformadores a los que llamaremos *A* y *B*, para realizar la transformación en un sistema de potencia. Cada primario de los transformadores se conectará al lado de la fuente del sistema de potencia y cada secundario de los mismos, se conectará al lado de la carga. De tal manera que será posible desconectar cualquiera de los transformadores sin alterar la operación del otro. Una conexión típica se muestra en la figura 4-10. Los primarios como puede verse, se conectan en paralelo entre si y lo mismo se hace con los secundarios. Consideraremos los transformadores como ideales. Podría conectarse con cualquier mínimo de transformadores (no necesariamente dos).

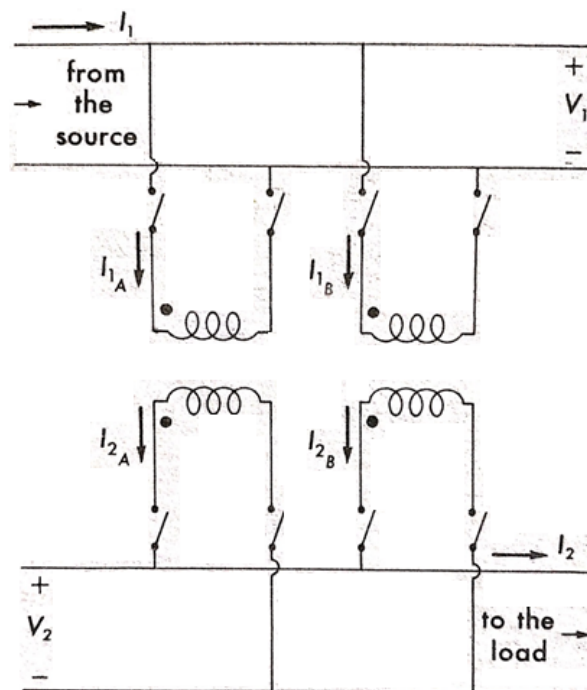


Fig. 4-10 Dos transformadores ideales conectados en paralelos.



Conectar las marcas de cada transformador al mismo punto (nos asegura de que ambos tengan igual polaridad) (lo contrario haría que el negativo de uno se conectara con el positivo del otro).

Las líneas horizontales que conectan los primarios y los secundarios representan físicamente conductores que algunos países son llamados “barras” y en México son llamados “bus” (la palabra bus es una abreviación del latín “omnibus” lo cual significa “Para todo”, en este caso el bus sirve para conectar los transformadores) .

Otra característica que deben reunir los transformadores a conectarse en paralelo es tener la misma relación de vuelta.

La relación entre voltajes y corrientes son las que ya hemos mencionado para transformadores ideales:

$$V_1 = a V_2 \quad 4.25$$

$$I_{1A} = \frac{1}{a} I_{2A} \quad 4.26$$

$$I_{1B} = \frac{1}{a} I_{2B} \quad 4.27$$

Y aplicando ley de corrientes Kirchhoff:

$$I_1 = I_A + I_{1B} \quad 4.28$$

$$I_2 = I_{2A} + I_{2B} \quad 4-29$$

Con las ecuaciones anteriores no tenemos manera de determinar cómo se distribuye la carga entre los dos transformadores.

Para determinar cómo se distribuye la carga entre ambos transformadores tendríamos que considerarlos reales (con sus imperfecciones) en lugar de ideales, para ello tendríamos que usar algunos de los circuitos equivalente aproximados del transformador analizados en el capítulo anterior. Por ejemplo, podemos usar el circuito en el cual todas las impedancias y admitancias estén referidas al lado primario.

Como se muestra en la figura 4-11.

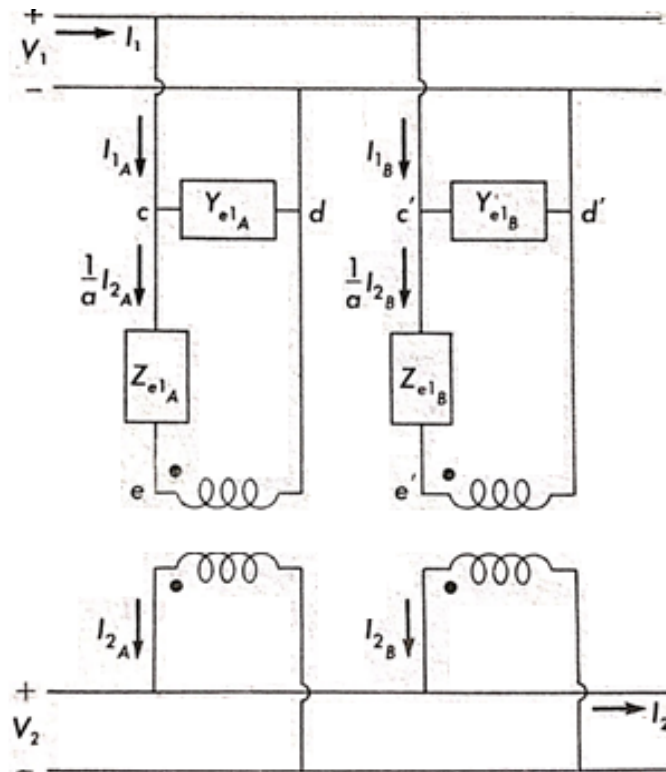


Figura 4-11 dos transformadores reales en paralelo.

Para el circuito de la figura 4-11 podemos escribir las siguientes ecuaciones de voltaje (asumiendo que ambos transformadores tienen la misma relación de transformación “a”):

$$V_1 = \frac{I_{2A}}{a} Z_{e1A} + aV_2 \quad 4.30$$

$$V_1 = \frac{I_{2B}}{a} Z_{e1B} + aV_2 \quad 4.31$$

Igualando las ecuaciones 4.30 y 4.31 y simplificando tenemos:

$$I_{2A} Z_{e1A} = I_{2B} Z_{e1B} \quad 4.32$$

$$\text{O bien } \frac{I_{2A}}{I_{2B}} = \frac{Z_{e1B}}{Z_{e1A}} = \frac{Z_{e2B}}{Z_{e2A}} \quad 4.33$$

Se puede notar de esta última ecuación que las corrientes de carga son inversamente proporcional con las impedancias equivalentes, justamente como si ellas estuvieran conectadas en paralelo. De hecho, están conectadas en paralelo. Observando la figura 4-11 podemos notar que los puntos C y C¹ están conectados al mismo potencial, lo mismo que los puntos d y d¹. Pero además $V_{ed} = V_{e^1d^1} = aV_2$ por lo que los puntos e y e¹



también están al mismo potencial, por lo que podemos trazar una línea uniendo los puntos e y e^1 sin alterar el circuito. Así las dos impedancias están al mismo voltaje, por lo cual, están conectadas en paralelo. Lo mismo puede hacerse cualquiera que sea el número de transformadores conectados en paralelo.

Podemos sacar conclusiones prácticas de nuestro resultado, recordemos que cada transformador tiene una potencia aparente nominal, en este caso S_A y S_B respectivamente y que usamos dos o más transformadores juntos, porque ninguno de ellos satisface la demanda pico solito. La pregunta es entonces, ¿cuánta carga pueden alimentar los transformadores juntos, sin que ninguno de ellos se sobrecargue? Específicamente, ¿pueden alimentar una carga igual a la suma de sus KVA nominales?

Podemos asumir que ambos transformadores están operando al mismo voltaje, por lo que plena en carga se refiere tanto a corriente como a potencia aparente nominal. Por lo que el transformador A está plenamente cargado cuando:

$$I_{2A} = \frac{S_A}{V_2} \quad 4.34$$

Cuándo el transformador A este a plena carga, el transformador B transportará una corriente de salida cuya magnitud es, de acuerdo a las ecuaciones 4-33 y 4-34:

$$I_{2B} = \frac{Z_{e2A}}{Z_{e2B}} I_{2A} = \frac{Z_{e2A}}{Z_{e2B}} \frac{S_A}{V_2} \quad 4.35$$

El transformador B sin embargo está plenamente cargado únicamente cuando su corriente de salida tenga como magnitud:

$$I_{2B} = \frac{S_B}{V_2} \quad 4.36$$

Si nosotros esperamos que ambos transformadores estén plenamente cargados a la vez, las dos expresiones para I_{2B} deben ser idénticas. Así

$$\frac{Z_{e2A}}{Z_{e2B}} = \frac{S_B}{S_A} \quad 4.37$$

Por lo que la impedancia equivalente es inversamente proporcional con los KVA nominales del transformador. Esto implica que los transformadores no podrán tener plena carga a la vez, a menos que sus impedancias equivalentes sean exactamente iguales.

La ecuación 4-37 se refiere únicamente a la relación de las magnitudes de las impedancias. Es deseable que tengan igual los ángulos, si no es así las corrientes de salida de cada transformador no estarán en fase una con la otra (observe la ecuación 4-33) y la corriente total I_2 es más pequeña que la suma algebraica de I_{2A} e I_{2B} . Por lo tanto la máxima carga



que los dos transformadores puede alimentar es menor que la suma de sus KVA nominales.

En la práctica la diferencia en ángulo entre una impedancia y otra, no es considerable (valores extremos suelen ser 70° a 85°). Así el ángulo de desfase entre las corrientes de cada transformador es mucho muy pequeño, y la combinación de los KVA de salida de los transformadores es muy cercana a la suma de sus KVA nominales, independientemente de los ángulos.

Ejemplo:

Dos transformadores conectados en paralelo, tienen como potencias aparente nominales $S_A = 1 MVA$, $S_B = 2 MVA$. Sus impedancias equivalentes son $Z_{e2A} = 3 \angle 75^\circ$ y $Z_{e2B} = 2 \angle 80^\circ$. Determina los KVA máximos permisibles de salida de la combinación de los dos transformadores.

Solución:

Como se puede observar la impedancia equivalente del transformador A es un poco menos del doble que la del transformador B por lo que observará una proporción mayor de carga en relación a sus KVA nominales. Cuando el transformador A esta en plena carga $I_{2A} = 10^6 / V_2$ si tomamos esta corriente como referencia y aplicamos un divisor de corriente podemos encontrar la corriente total I_2 .

$$I_2 = I_{2A} \frac{Z_{e2A} + Z_{e2B}}{Z_{e2B}} = \left(\frac{10^6}{V_2} \angle 0^\circ \right) \left(\frac{3 \angle 75^\circ + 2 \angle 80^\circ}{2 \angle 80^\circ} \right)$$

$$I_2 = \frac{2.5 \times 10^6}{Z_{e2B}} \angle 77.1^\circ \quad \text{Por lo tanto}$$

$$s = V_2 I_2 = \left(\frac{2.5 \times 10^6}{V_2} \right) (V_2) = 2.5 MVA$$

Lo cual es considerablemente menor que la suma de los KVA nominales de cada transformador.

Como puede observarse, el transformador B suministra únicamente $1.5 MVA$, lo cual es solamente $\frac{3}{4}$ partes de su potencia nominal. No obstante cualquier incremento en la potencia de salida traería como consecuencia una sobrecarga del transformador A . El usuario de los transformadores podría decir como dice Kiko (así que chiste), me sobra capacidad pero no la puedo usar. Sin embargo el Chapulín colorado le contestaría "No contabas con mi astucia" no puedes conectar una impedancia en serie con el transformador A .

Entonces la impedancia sería un valor $Z_{e2B} = Z_{e2A}$ para nuestro caso $2Z_{e2B} - Z_{e2A} \approx 1 - Z_{e2A} \approx 1 \angle 90^\circ$ La cual es una inductancia pura, con la resistencia casi despreciable.

Esta puede ser conectada en serie con el devanado primario, asegurándonos de que su valor sea obtenido, multiplicado por el cuadrado de la relación de transformación.

De esta forma al adicionar esta impedancia, los dos transformadores podrán absorber la potencia en la misma proporción sin sobrecargarse.

4.4 AUTOTRANSFORMADOR

Usualmente, un transformador de dos devanados es conectado de tal manera que ambos devanados quedan aislados eléctricamente uno del otro. Examinaremos ahora una situación en la cual los devanados no permanecen aislados eléctricamente, estos se conectan de tal forma que constituyen un autotransformador.

Consideramos el circuito de la figura 4-11. Puede ser considerada como dos bobinas conectadas en una serie o bien como una sola bobina en un tap (derivación que constituye una tercera terminal). El prefijo “Auto” proviene del griego “por sí mismo” (como un “automóvil” se mueve por sí mismo, no necesita de uno o más caballos), así una sola bobina actúa como transformador ella solita (no necesita vejigas para nadar). Para fines de análisis, sin embargo, es preferible ver el autotransformador como dos bobinas, las que llamaremos S (por serie) y C (por común). La bobina S está en serie con la fuente (o con la carga, en la figura 4-12), y la bobina C es común a ambos circuitos primario y secundario. Por supuesto ambas bobinas son enrolladas en el mismo núcleo ferromagnético.

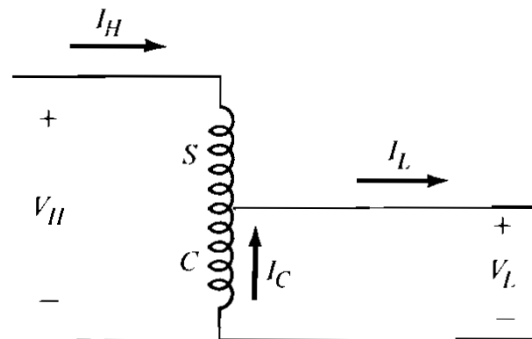


Fig. 4-11 Autotransformador reductor.

Iniciaremos el estudio del autotransformador considerándolo ideal (sin tomar en cuenta corriente de magnetización, pérdidas de núcleo, flujos dispersos y resistencias en las bobinas). También limitaremos nuestro análisis al estado estable senoidal.

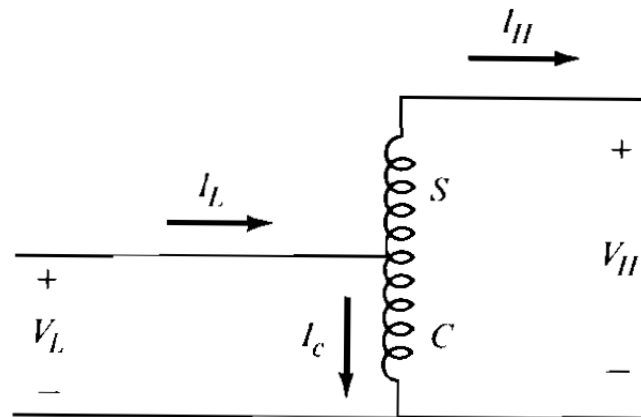


Fig. 4-12 Autotransformador elevador.

Conectando a las terminales del lazo izquierdo en cualquiera de las figuras 4-11 o 4-12 una fuente de voltaje, determina el flujo en el núcleo de acuerdo con la ya conocida ecuación $V = 4.44 NF\phi_{max}$, con el número de vueltas entre estas dos terminales sustituido por N . Este flujo alterno causa que el voltaje igual sea inducido en todas las vueltas alrededor del núcleo. Por lo tanto si llamamos N_s y N_c a los números de vueltas de los devanados serie y común respectivamente, la relación de voltajes será.

$$\frac{V_H}{V_L} = \frac{N_s}{N_c} \quad 4.38$$

Donde V_H y V_L son los voltajes en el lado de alta y baja tensión respectivamente. En el caso de la figura 4-11, el primario (entrada) es el lado de alta y el secundario (salida) será el lado de baja por lo que este autotransformador será reductor, lo contrario ocurre en la figura 4-12 donde el autotransformador será elevador. La ecuación 4-38 es válida en cualquiera de los casos.

Veamos ahora la relación de corrientes, recordemos que en un transformador ideal la suma de las fuerzas magnetomotrices es cero para un flujo finito.

Ya sea que usemos la figura 4-11 o la 4-22, tendremos:

$$\mathcal{F} = I_H N_s - I_c N_c = 0 \quad 4.39$$

Aplicando ley de corriente de Kirchhoff:

$$I_H + I_c = I_L \quad 4.40$$

$$I_c = I_L - I_H \quad 4.41$$

Sustituyendo la ecuación 4.41 en la ecuación 4.39:

$$I_H N_s - (I_L - I_H) N_c = I_H (N_s + N_c) - I_L \quad 4.42$$

Y entonces la relación de corrientes era:

$$\frac{I_H}{I_L} = \frac{N_c}{N_s + N_c} \quad 4.43$$

La cual es el recíproco de la relación de voltajes de igual forma que en el transformador de dos devanados. Note que la razón es un número real, lo cual implica que I_H e I_L están en fase.

Para demostrar las ventajas del uso del autotransformador, consideramos la figura 4-13 como la representación de un transformador de dos devanados con las mismas corrientes y voltajes que el autotransformador de la figura 4-12. Para hacer más fácil la comparación supongamos que tienen idéntico núcleo.

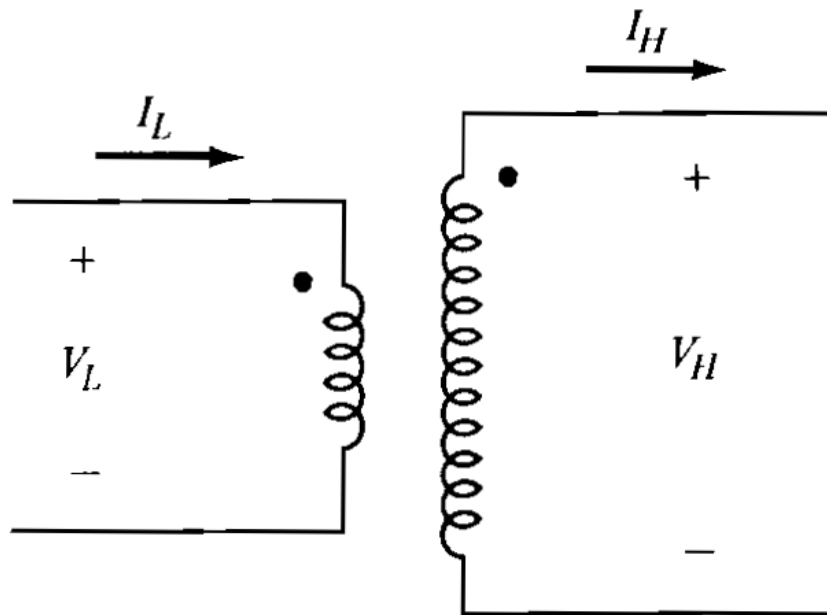


Fig. 4-13 Transformador de dos bobinas.

La bobina común del autotransformador requiere tantas vueltas como la bobina del lado de baja del transformador de dos devanados, pero puede ser de alambre delgado ya que por el circulan I_c Ampere, las cuales como lo muestra la ecuación 4-41, es menos que la corriente I_L que circula por el devanado de baja, del transformador de dos devanados. La bobina serie del autotransformador transporta tanta corriente como la bobina de alta del

transformador de dos devanados, pero consta de pocas vueltas ya que el voltaje V_H y V_L obviamente es menor que V_H .

Luego las dos bobinas del autotransformador son más pequeñas, más ligeras, y por lo tanto más baratas que las equivalente del transformador de dos devanados. A lo anterior podemos agregar que por su tamaño más reducido, ocupa menos espacio, la longitud del núcleo también es reducida, todo ello hace que se tenga un ahorro considerable, con el uso del autotransformador, en vez del transformador de dos devanados.

Las diferencias son particularmente pronunciadas cuando $N_c > N_s$ y cuando las relaciones de voltajes y corrientes son mucho mayor que uno. Esto hace que sea preferible usar autotransformador en los casos en los que no se requiere aislar el primario del secundario. Las imperfecciones de un transformador pueden ser consideradas como se hizo en el transformador de dos devanados, en términos de un circuito equivalente aproximado. Por ejemplo, el circuito de la figura 4-14 es similar al de la figura 3-(Pendiente) pero con un autotransformador ideal. Los parámetros del circuito pueden ser obtenidos de las pruebas de corto circuito y circuito abierto.

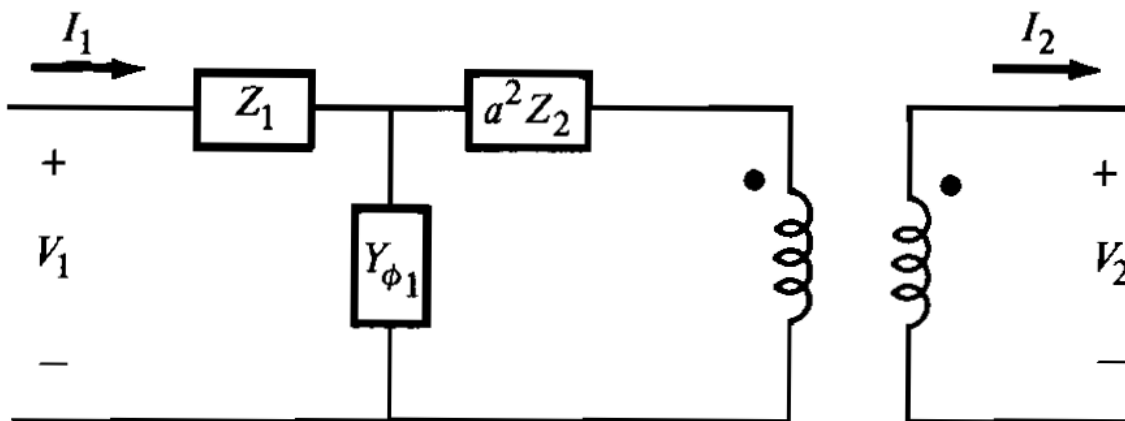


Fig.4-14 Circuito equivalente aproximado de un autotransformador.

Es también interesante comparar estos parámetros con los del transformador de dos devanados con el mismo núcleo y las mismas bobinas. Para este propósito, la figura 4-15 muestra el circuito equivalente al transformador de dos bobinas, con la admitancia Y_ϕ referida al lado primario y la impedancia Z_e al lado secundario, en la figura 4-16 se muestran las mismas bobinas conectadas en forma de autotransformador. La bobina del primario original de convierte ahora en la bobina común, y la bobina secundaria original se convierte en la bobina serie.

Consideramos ahora que el voltaje en el lado de la baja V_L del autotransformador es el mismo que el voltaje V_1 del transformador de dos bobinas.

Esto requiere que el flujo sea el mismo por lo que se requiere la misma corriente de magnetización y por lo tanto las mismas pérdidas de núcleo.

Así la admitancia $Y_{\phi 1}$ en los diagramas es la misma.

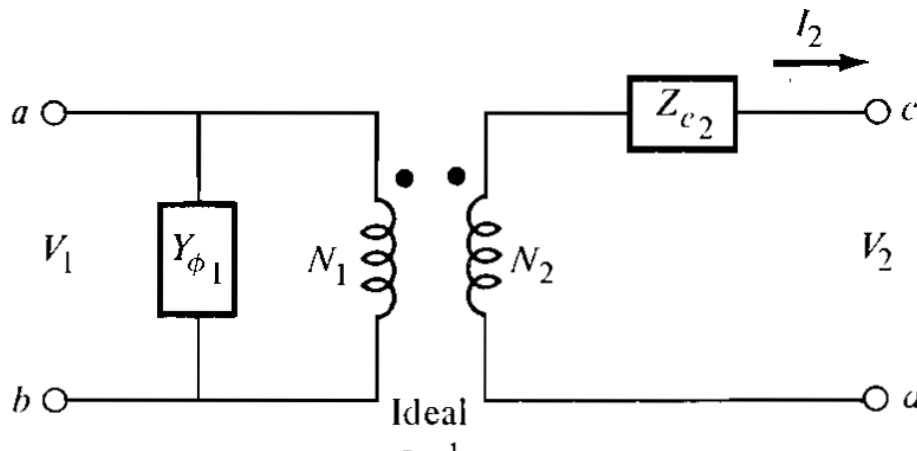


Fig. 4-15 Transformador con imperfecciones.

Ahora considera la impedancia equivalente en la figura 4-15. Esta representa la combinación de la resistencia y la reactancia de flujo disperso de los dos devanados. El voltaje a través de esta impedancia es la diferencia fasorial entre el voltaje en terminales V_2 y el valor del voltaje ideal V_1/a . Cuando la carga del autotransformador de la figura 4-16 es ajustada para la corriente I_s sea igual a la corriente I_{2b} del transformador de la figura 4-15, entonces ambas bobinas soportan la misma corriente (figura 4-15 y 4-16). Consecuentemente la caída del voltaje a través de sus imperfecciones es la misma, lo cual hace que la impedancia equivalente sea igual en uno que en el otro.

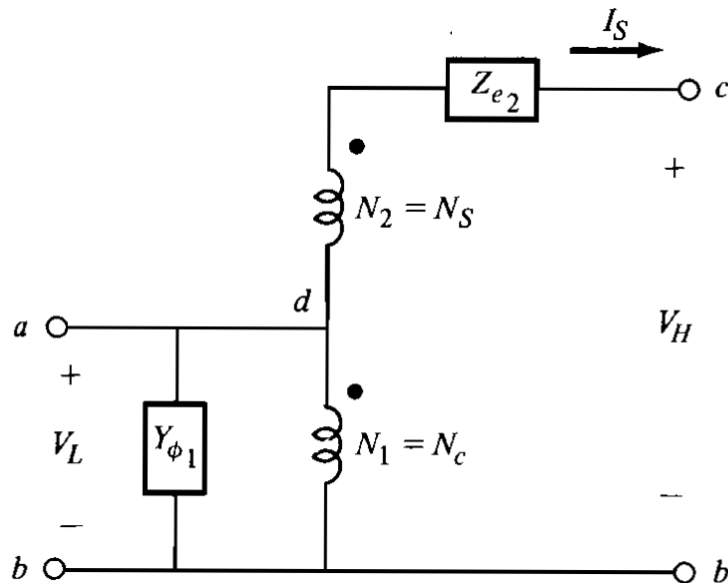


Fig. 4-16 Autotransformador con imperfecciones.

Estos parámetros también pueden ser referidos al otro lado multiplicándolos por el cuadrado de la relación de vueltas apropiadas. Observe que esta no es la relación de vueltas “a” del transformador de dos bobinas, si no la relación que aparece en las ecuaciones 4-38 y 4-43. Por ejemplo para referir la impedancia equivalente Z_{e2} de la figura 4-16 al lado de baja se debe multiplicar por la relación de voltajes y dividir por la relación de corrientes. Esto es:

$$Z_{e1} = \left(\frac{N_c}{N_s + N_c} \right)^2 Z_{e2} \quad 4.44$$

Similarmente, al referir la admitancia del lado de baja al lado de alta:

$$Y_{\phi 2} = \left(\frac{N_c}{N_s + N_c} \right)^2 Y_{\phi 1} \quad 4.45$$

4.5 TRANSFORMADORES DE INSTRUMENTO

Los transformadores son usados para una gran variedad de propósitos, y para cada propósito hay diferentes problemas y aspectos especiales de los principios básicos de transformadores a considerar. En la unidad anterior, por ejemplo discutimos muchos de los problemas peculiares del uso de transformadores como partes esenciales de sistemas de potencia.

Los transformadores sin embargo, son también extensamente usados dentro del sistema de potencia como un dispositivo auxiliar, en conexión con dispositivos de medición, para protección, o para otros propósitos similares. Tales transformadores son a menudo llamados transformadores de instrumento, y ellos son esencialmente, de voltaje o de corriente. Estos transformadores tienen el doble propósito de reducir la cantidad a medir (o ser alimentada al dispositivo de protección o al dispositivo de corrección de error) a una más conveniente o más económica en magnitud y al mismo tiempo aislar el dispositivo o instrumento del alto voltaje del circuito de potencia.

Transformador de potencial.

La figura 4-17 muestra una fuente de voltaje y dos métodos de medir su voltaje. La forma directa es conectar un voltímetro (V_1) a través de los terminales de fuente. El instrumento debe tener un rango suficientemente elevado para el máximo voltaje de la fuente.

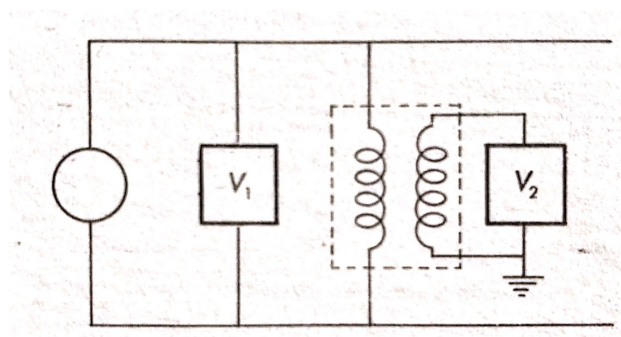


Fig. 4-17 Medición de voltaje.

En el otro método hay un transformador cuyo primario es conectado a través del voltaje a medir mientras que el secundario es conectado al voltímetro V_2 . El voltímetro no necesita tener alto rango que lo haga demasiado raro o incluso peligroso para el usuario. Para mayor seguridad del usuario u observador un punto del circuito del instrumento es aterrizado y este generalmente se encuentra localizado dentro del tablero de pruebas ubicado una considerable distancia del circuito de alta tensión. El transformador usado en este método es usualmente llamado transformador potencial, con frecuencia abreviado *TP*.

El lector bien recordara de lo aprendido en su curso de mediciones eléctricas, que la medición de un voltaje requiere de un instrumento de alta impedancia, lo cual hace que la cantidad de corriente sea despreciable comparada con la corriente en el circuito principal. En un sistema de potencia esto puede ser evidenciado al notar que la impedancia en *p. u.* del voltímetro tiene un valor mucho mayor que uno, basado en los nominales del sistema. El transformador de potencial usado en combinación con un voltímetro por lo que la



corriente de excitación (corriente de magnetización) es despreciable por ser exageradamente pequeña.

En virtud de que la impedancia equivalente de los devanados del transformador debe ser demasiado pequeña, podemos considerar el transformador de potencial como transformador ideal sin menoscabo de la exactitud. La lectura de un voltímetro usado en unión de un transformador potencia, como el de la figura 4-17 debe ser multiplicada por la relación de transformación (razón de vueltas) del transformador de potencial. En la práctica el voltímetro debe estar perfectamente conectado y la escala previamente multiplicada por la relación de transformación. En el lugar donde se localiza el voltímetro puede conectarse uno o más dispositivos de protección o regularización (en paralelo con él) cuya operación dependa del voltaje.

La medición de una corriente se ilustra en la figura 4-18. Nuevamente hay dos métodos. La medición directa a través del amperímetro A_1 , el cual debe tener un rango tan alto como la corriente más alta que se espera que circule por él. Si la fuente mostrada en la figura (de una fase) es un generador de un sistema de potencia muy grande, esta corriente es muy probable que sea un múltiplo alto de lo que cualquier amperímetro puede manejar, y, además de la alta tensión de este amperímetro permitiría la observación a cierta distancia únicamente. Por contraste el amperímetro A_2 , alimentando a través de un transformador de corriente, puede tener un rango conveniente, y puede ser colocado en un panel o tablero de pruebas sin ningún temor a una alta tensión peligrosa.

Note que el transformador de corriente eleva el voltaje en la medida que reduce la corriente. Pero el voltaje a elevar es únicamente el voltaje primario, y este tiene que ser de un valor muy pequeño, igual que el voltaje a través de cualquier otro amperímetro. La lectura del amperímetro A_2 debe ser multiplicada por la relación de transformación del transformado de corriente, o, nuevamente, su escala puede estar previamente calibrada para verse conjuntamente con el transformador de corriente.

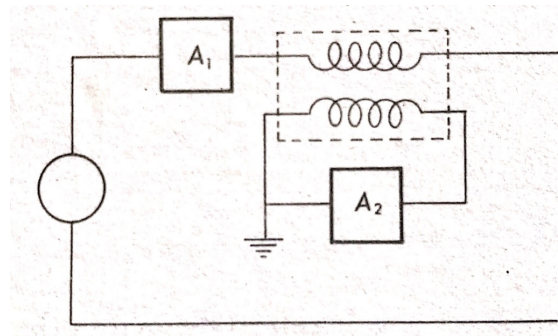


Fig. 4-18 Medición de corriente.



Ambos el transformador de potencial (TP) y el transformador de corriente (TC) pueden ser usados para medir la potencia y/o su energía. En este caso la lectura del watmetro y/o el Wathorimetro deben ser multiplicadas por el producto de las apropiadas relaciones de transformación de ambos transformadores.

Igual que el transformador de potencial, el transformador de corriente puede ser usado para fines distintos a la instrumentación. Carga en lugar un amperímetro, u otro instrumento conectado en serie con él, puede ser un dispositivo de protección, el cual es usado para responder a la magnitud de la corriente en la línea.

Una ventaja especial de ciertos transformadores de corriente radica en el hecho de que es posible medir la corriente sin tener que abrir el circuito para insertar un instrumento. Los dispositivos usados para este fin tienen un núcleo de hierro que parece un par de tenazas y puede abrirse y colocarse alrededor del conductor que lleva la corriente a medir. Este conductor constituye el primario de un transformador de corriente. El secundario es una bobina enrollada en torno al núcleo, y el amperímetro está permanentemente conectado. Ya que el devanado primario consiste de una sola vuelta, este requiere de mucha más corriente de excitación que un devanado primario normal, y así la razón de corriente no se puede esperar que sea exactamente constante como en otros transformadores de corriente. En otras palabras elegimos comodidad a expensas de la exactitud.

Un aviso muy común a los usuarios de TC 's es el siguiente: "Nunca abra el secundario de un transformador de corriente". La razón radica en que al tener una relación de transformación muy elevada y por lo tanto muchas más vueltas en el devanado secundario que en el primario, el voltaje inducido en secundario resulta ser muy alta y al estar abierto un circuito altamente inductivo este se opone a cambios bruscos en la corriente produciéndose un arco eléctrico que puede traer consecuencias desastrosas.